

Томский государственный университет
Механико-математический факультет

**Молодежная научная конференция
«Все грани математики и механики»**

24–30 апреля 2015 г.

Сборник тезисов

Томск – 2015

Молодежная научная конференция «Все грани математики и механики»: Сборник тезисов (Томск, 24 – 30 апреля 2015 г.) – Томск: Томский государственный университет, 2015 г. - 93 с.

Содержание

Бычкова К.Н Базисы Гребнера.....	10
Ефимова М. А. Некоторые характеристики алгоритма Маркова.....	11
Фуксон С.Л. Ортогональности мультипликативной группы $Q +$	12
Горбунов Е. С. Исследование матричных модулярных криптосистем.....	13
Зарубина М. А. Кольца с тождественными соотношениями.....	14
Богомолов Н. И. Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление для реечной передачи.....	15
Костарев А. А. Геометрическое моделирование процесса обработки профильной фрезой деталей передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением.....	16
Братчикова Ж. В. Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление.....	17
Курганков К. Е. Расстояние до алгебраической поверхности (на примере эллипсоида).....	18
Щёголева А. А. Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление в конической передаче...	19
Шаннаа Ш. Э., Монгуш С. Ч. Теорема о четырех вершинах для алгебраических и кусочно-гладких кривых.....	20
Бакчанина Е. М. Некоторые свойства отображений на области с симметриями.....	21
Борисова Я. В. Уравнения Ланчестера.....	22

Карпюк А. А. Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами.....	23
Колесников И. А. Конформное отображение полуплоскости на счетноугольник с симметрией переноса.....	24
Богомоллов Н. И. Полусное эксцентриково-циклоидальное зацепление для реечной передачи.....	25
Шихалева М. И. Нули решений дифференциальных уравнений второго порядка	26
Агафонцев М. В. Исследование полей температуры в пламени с применением методов ИК-диагностики ...	27
Андреюк С. М. Экспериментальные исследования воспламенения опада хвои сосны в результате воздействия горящих частиц.....	28
Бондарева Н. С. Численное моделирование естественной конвекции с фазовыми превращениями в замкнутой квадратной области с локальным источником теплоты.....	29
Гибанов Н. С. Численный анализ ламинарных режимов естественной конвекции в замкнутой кубической полости с локальным источником энергии прямоугольной формы.....	30
Гук В. О. Экспериментальные исследования времен задержки зажигания древесины под воздействием динамического потока лучистой энергии	31
Кожевников Д. А. Численное моделирование сопряженной естественной конвекции в полости с пористым фитилем	32

Мирошниченко И. В. Численный анализ влияния числа Рэлея на турбулентные режимы сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса	33
Носонов И. И. Смешанная конвекция в прямоугольной полости при наличии изотермической стенки.....	34
Биржанов Р. Т. Искусственные нейронные сети. Избегание препятствий.....	35
Иванов Г. Н. Искусственные нейронные сети. Классификация цветов.....	36
Кураков А.Б., Аввакумов Д.К., Безходарнов Н.И. Обучение робота передвижению с помощью генетического алгоритма	37
Алипова К. А. Математическая модель снежного покрова	38
Амшарюк Е. И. Кластеризация цифровых изображений методом Forel	39
Давыдова Ю. А. Математические модели в медицине	40
Ерин С. И. Применение методов фильтрации к данным спутниковых измерений влажности почвы ..	41
Гейцман Р. Ю. Использование сплайн-функций при обработке изображений.....	42
Грудович Л. Е. Метод сопряженных градиентов для решения систем линейных алгебраических уравнений	43
Карпова А. А. Разностные схемы решения уравнения переноса , использующие интерполяционные многочлены	44

Катеринский Д. А. Численное решение дифференциального уравнения в частных производных параболического типа с поглотителем	45
Котов И. А. Метод решения задачи о сверхзвуковом обтекании затупленного тела в рамках модели вязкого удпрного слоя	46
Кротов Е. В. Распознавание рукописных цифр с использованием мультиклассового метода опорных векторов	47
Кудрин С. В. Об алгоритме Магу	48
Михневич В. Л. О параллельном методе прогонки для решения систем с ленточными матрицами	49
Монголин А. С. Уменьшение количества ошибок в распознавании объектов на изображениях, получаемых с помощью	50
Мусаев Т. О. Применение формулы Тейлора в вычислительной математике	51
Мыльникова Е. В. Управление в модели Ферхюльста	52
Осипов В. А. Построение адаптивных сеток в задаче об изменении концентрации ауксина	53
Пчёлкина Д. Е. Применение системы Mathematica в решении задач вычисления площадей, длин и объемов	54
Помогаева С. В. Об алгоритме решения задачи сверхзвукового невязкого обтекания затупленных тел	55
Потоцкая А. А. Исследование задачи о распаде разрыва над неровностями дна	56

Сайнакова И. С. Математическое моделирование сетевых графов	57
Семёнов Е. В. Решение обратной одномерной задачи электроимпедансной томографии с помощью нейронных сетей.....	58
Шилин Е. А. Поиномы Чебышева и Лагерра	59
Ситников Г. И., Терентьева М. В. Применение методики прогноза обледенения из модели атмосферы HIRLAM для условий Томска	60
Терентьева М. В., Ситников Г. И. Параметризация тепло- и влагообмена на поверхности земли и в почве для одномерной модели атмосферного пограничного слоя	61
Поиск чисел, являющихся одновременно псевдопростыми Ферма по основанию 2 и псевдопростыми Фибоначчи	62
Уколов Р. Ю. Исследование модели типа.....	63
Ямин А. В. Простейшая математическая модель эпидемии	64
Анпилогова К. А. О некоторых свойствах мартингала с дискретным временем	65
Безменникова Ю. Ю. Стохастическое моделирование процессов эпидемии.....	66
Бондаренко И. А. Применение искусственных нейронных сетей в моделировании поведенческих процессов.....	67
Чернушенко К. А. Статистическая оценка влияния стоимости энергоресурсов на курс национальной валюты (на примере казахстанского тенге).....	68

Дьяченко Ю. В. Исследование момента разладки процесса авторегрессии первого порядка	69
Филимонова Ю. О. Бутстреп методы и их приложения.	70
Иванюк Ю. В. Оценивание параметров непрерывной авторегрессии с использованием усеченной процедуры	71
Иващенко А. О. Оценивание параметра модели авторегрессии первого порядка с дискретным временем.....	72
Конищева А. А. Статистическое моделирование формирования курса валют (на примере китайского юаня и корейского вона).....	73
Кошкенбаева Г. А. Статистическая обработка данных по организации льготного категорий населения г. Томска и Томской области	74
Козырев А. С. Стохастические методы логистического управления запасами.	75
Лысикова А. С. Оптимальные методы идентификации непараметрических моделей	76
Перелевский С. С. Оценивание функции регрессии в непрерывном времени.....	77
Пинясов О. О. Финансовая модель Кокса-Росса-Рубинштейна для опционов европейского типа.....	78
Rozhkova A.V. Prediction with guaranteed accuracy for Ornstein-Uhlenbeck process.....	79
Седлецкая М. М. Сравнительная характеристика мощности непараметрических критериев.....	80

Шайкина А. А. Исследование регрессионных моделей зависимости курсов валют с помощью эмпирического моста	81
Тугушев Н. Р. Неравенство Дуба для максимума мартингала с дискретным временем.....	82
Вежнина О. А. Об оценке спектральной плотности .	83
Богомолов Н. И. Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление для реечной передачи.....	84
Давыдов А. С. Раздельная непрерывность и почти непрерывные функции на плоскости	85
Хамидуллина И. Р. Резольвенты отрезков ординалов	86
Игнаев Э. Л. Описание топологии свободных абелевых n -периодических топологических групп....	87
Кадыржанова Л. М. О Банаховых пространствах ,не изоморфных своим декартовым квадратам	88
Клековкин В. Г. Поточечный предел раздельно непрерывной функции.....	89
Малышева В. Л. Топология Вьеториса	90
Реброва М. О. Об универсальных метрических пространствах.	91
Сухачева Е. С. Гомеоморфность подмножеств	92
Буклиш Н. О. Резольвенты счетных компактов	93

Базисы Гребнера

Бычкова К.Н

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Крылов П.А.

Томский государственный университет

E-mail: otsuda@sibmail.com

Деление многочленов от многих переменных. Деление с остатком многочлена f на несколько многочленов f_1, \dots, f_s . В результате получим представление $f = u_1 f_1 + \dots + u_s f_s + r$. В таком случае будем говорить, что r – остаток от деления многочлена f на многочлены f_1, \dots, f_s .

Задача вхождения. Пусть идеал $I \triangleleft \mathbb{K}[x_1, \dots, x_n]$ задан своим базисом $I = (f_1, \dots, f_m)$. Требуется найти алгоритм, позволяющий за конечное число шагов выяснить, принадлежит ли данный многочлен $h(x_1, \dots, x_n)$ идеалу I , т. е. существуют ли такие многочлены $r_1(x_1, \dots, x_n), \dots, r_m(x_1, \dots, x_n)$, что $h = f_1 r_1 + \dots + f_m r_m$.

Определение базиса Гребнера и решение задачи вхождения. Зафиксируем обозначения. Для всякого многочлена P имеем $P = P_C + P_M$, где P_C – старший член P , а P_M – сумма остальных членов.

Например, для $P = 2x^2 + xy^3 - 4z^2$ имеем $P_C = 2x^2$, $P_M = xy^3 - 4z^2$.

Операция редукции. Пусть старший член многочлена h делится на старший член некоторого из многочленов f_i , т. е. $h_C = f_{iC} Q$, где Q – одночлен. Тогда положим $h_1 = h - Q f_i = Q(-f_{iM}) + h_M$. При этом старший член многочлена h_1 меньше старшего члена многочлена h .

Определение. Базис f_1, \dots, f_m идеала $I = (f_1, \dots, f_m)$ называется базисом Гребнера этого идеала, если всякий многочлен $h \in I$ редуцируется к нулю при помощи f_1, \dots, f_m .

Пример. Покажите, что $f_1 = x$, $f_2 = y$ есть базис Гребнера в идеале $(x, y) \triangleleft \mathbb{K}[x, y]$.

Литература

1 Прасолов В.В. Многочлены. –3-е изд, исправленное. / В.В. Прасолов. – М.:МЦНМО, 2003. – 336с.

2 Аржанцев И.В. Базисы Гребнера и системы алгебраических уравнений. / И.В. Аржанцев. – М.:МЦНМО, 2003. – 67с.

Некоторые характеристики алгоритмов Маркова

Ефимова М.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Гриншпон С.Я.

Томский государственный университет

E-mail: efochka492@mail.ru

Понятие алгоритма принадлежит к числу основных понятий математики. Алгоритмом называется общий единообразный, точно определенный способ решения любой задачи из данной массовой проблемы.

Одно из основных направлений в подходах к математическому определению понятия алгоритма связано с понятием нормальных алгоритмов, введенным и разработанным советским математиком А. А. Марковым. Нормальные алгоритмы не производят собственно вычислений: они лишь производят преобразования слов, заменяя в них одни буквы другими по предписанным им правилам. А.А. Марков выдвинул гипотезу, получившую название «Принцип нормализации Маркова».

На основе принципа нормализации мною были построены нормальные алгоритмы для обращения слова, для делимости числа на 5, и один из алгоритмов сложения в десятичной системе счисления. Далее были рассмотрены конструкции, позволяющие строить новые нормальные алгоритмы, исходя из данных. Наличие таких конструкций показывает, что естественные способы сочетания алгоритмов ведут от нормализуемых алгоритмов к нормализуемым же алгоритмам. Эти результаты, служат также серьёзным доводом в пользу принципа нормализации.

Литература

- 1 Марков А. А. Теория алгорифмов : / Н. М. Нагорный. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1984. - 432 с.
- 2 Игошин В.И. Математическая логика и теория алгоритмов : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / В. И. Игошин. - 2-е изд., стер. - М. : Издательский центр «Академия», 2008. - 448 с.
- 3 Мендельсон Э. Введение в математическую логику: пер. с англ. Ф. А. Кабаковой. С Э. Мендельсон. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы, 1971.- 318 с.

Ортогональности мультипликативной группы \mathbb{Q}_+

Фуксон С.Л.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Гриншпон С.Я.

Томский государственный университет

E-mail: foug.son.ya@gmail.com

В [1] авторы вводят понятие бинарного отношения ортогональности в произвольных абелевых группах.

Пусть $G = (G, +)$ – аддитивная абелева группа. Пусть \perp – бинарное отношение в G , удовлетворяющее следующим аксиомам:

$$(A1) \forall a \in G: \exists b \in G: a \perp b,$$

$$(A2) \forall a \in G \setminus \{0\}: a \not\perp a,$$

$$(A3) \forall a, b \in G: a \perp b \Rightarrow b \perp a,$$

$$(A4) \forall a, b, c \in G: a \perp b \wedge a \perp c \Rightarrow a \perp (b + c),$$

$$(A5) \forall a, b \in G: a \perp b \Rightarrow a \perp -b.$$

Бинарное отношение \perp назовём ортогональностью в G .

В [2] рассматривается аксиоматизация понятий перпендикулярности и параллельности в геометрии. Ортогональность в кольцах рассматривается в [3], в решётках и решёточно упорядоченных группах – в [4].

В настоящей работе исследуются ортогональности мультипликативной группы \mathbb{Q}_+ , где под \mathbb{Q}_+ понимается множество положительных рациональных чисел. В [1] авторы устанавливают существование трёх ортогональностей в \mathbb{Q}_+ . Внимательный анализ третьей ортогональности показал, что авторами [1] допущена неточность.

Нами построено бесконечное множество ортогональностей в \mathbb{Q}_+ .

Литература

- 1 P. Haukkanen, M. Mattila, J. K. Merikoski, T. Tossavainen. Perpendicularity in an Abelian Group. – International Journal of Mathematics and Mathematical Sciences, vol. 13, Article ID 983607, 2013.
- 2 P. Haukkanen, J. K. Merikoski, T. Tossavainen. Axiomatizing perpendicularity and parallelism. – Journal for Geometry and Graphics, vol. 15, no. 2, pp.129-139, 2011
- 3 G. Davis. Rings with orthogonality relation. Bulletin of the Australian Mathematical Society, vol. 4, pp.163-17, 1971.
- 4 Векслер А.И. Linear spaces with disjoint elements and their conversion into vector lattices. Ленинградский Государственный Педагогический Институт имени А.И.Герцена. Учёные Записки. , 1967. - Вып. 328. - С. 19-43.

Исследование матричных модулярных криптосистем

Горбунов Е. С.

Научный руководитель: к. ф.-м. н., доцент Росошек С. К.

Томский государственный университет

E-mail: ghostman23@mail.ru

Современные практически используемые алгоритмы асимметричной криптографии основаны на двух задачах теории чисел: дискретного логарифмирования и целочисленной факторизации. Самыми распространёнными являются криптосистемы RSA (факторизация) и Эль-Гамала (дискретный логарифм). Эти криптосистемы находят широкое применение, они встраиваются во многие коммерческие продукты, в операционные системы Microsoft, Apple, кроме того, входят в состав всех основных протоколов для защищённых коммуникаций в сети Интернет.

Но при создании достаточно мощного квантового компьютера эти криптосистемы окажутся бесполезными, так как уже сейчас известны квантовые алгоритмы, решающие эти задачи за полиномиальное время [1]. Квантовые полиномиальные алгоритмы работают в коммутативных алгебраических структурах, поэтому возникает необходимость в некоммутативных криптосистемах.

Криптосистема ВММС[2] имеет близкий к RSA уровень безопасности к потенциальному взлому и, кроме того, в отличие от RSA, устойчива к атакам квантового компьютера. В статье [3] приведены две модификации криптосистемы ВММС, а именно, МММС1 и МММС2, которые по теоретическим оценкам скорости шифрования существенно быстрее не только RSA, но и ВММС.

Цель данного исследования - изучить обоснованность этих теоретических оценок и найти реальные скорости шифрования компьютерных реализаций алгоритмов из [2] и [3].

Литература

- 1 Квантовый компьютер и квантовые вычисления: сб. науч. тр. в 2 т. / гл. ред. В. А. Садовничий. 1999. – Т. 1: Ижевск. – 286с.
- 2 Rososhek S.K. New Practical Algebraic Public Key Cryptosystem and Some Related Algebraic and Computational Aspects. // Applied Math. — 2013. —Vol. 4, — № 7. — P. 1043–1049.
- 3 Rososhek S.K. Modified Matrix Modular Cryptosystems. British Journal of Mathematics & Computer Science, ISSN: 2231-0851,2013,Vol.: 5, Issue.: 5, 613-636.

Кольца с тождественными соотношениями

Зарубина М. А.

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. Чехлов А.Р.

Томский государственный университет

E-mail: l_cvetocheck@mail.ru

Рассматриваются некоторые соотношения, налагаемые на кольцо, влекущие коммутативность. Кольца рассматриваются не обязательно с единицей.

Теорема 1. Пусть R - кольцо, в котором из условия $xu = 0$, следует, что $ux = 0$. Тогда если e - идемпотент в кольце R , то $e \in Z(R)$, где через $Z(R)$ обозначается центр кольца R .

Теорема 2. Если в кольце R для любого $x \in R$ выполняется условие: $x^2 - x \in Z(R)$, то R коммутативно.

Теорема 3. Если R - кольцо, в котором $x^3 = x$ для любого $x \in R$, то кольцо R коммутативно.

Теорема 4. Кольцо R коммутативно тогда и только тогда, когда для всех $x, y \in R$ выполняется тождество $[x, y]^3 = [x, y]$.

Теорема 5. Если в кольце R для каждого $x \in R$ следует, что $x^3 - x \in Z(R)$, то кольцо R является коммутативным.

Соответствующие результаты справедливы и для произвольных полугрупп.

Теорема 6. Если (S, \cdot) полугруппа, удовлетворяющая для всех $x, y \in S$ тождеству $x^3 = x$ и $x^2y = yx^2$, то S коммутативна.

Для полноты результатов приведем известную теорему Джекобсона о коммутативности кольца.

Теорема Джекобсона. Пусть R - кольцо, в котором для любого $a \in R$ существует натуральное число $n(a) > 1$, такое, что $a^{n(a)} = a$. Тогда R будет коммутативным.

Пример: Существует некоммутативное кольцо, удовлетворяющее соотношению $xuz = 0$ для всех $x, y, z \in R$, (в частности $(xyz)^2 = xyz$).

Литература

1 Stephem M. B., Desmond M. H. Rings satisfying $x^3 = x$ are commutative. [The mathematical association of America], 2013, pp. 431-440.

Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление для реечной передачи

Богомолов Н.И.

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: le.magicien.fum@gmail.com

Полюсом зацепления называется точка, которая делит расстояние между колесами, в отношении, равном передаточному отношению. В работе рассмотрен реечный механизм с эксцентриково-циклоидальным зацеплением [1] и решена задача определения основных параметров этого механизма, при которых можно добиться положения точки контакта в полюсе. Тем самым обеспечивается режим качения профилей без проскальзывания и минимизация потерь на трение.

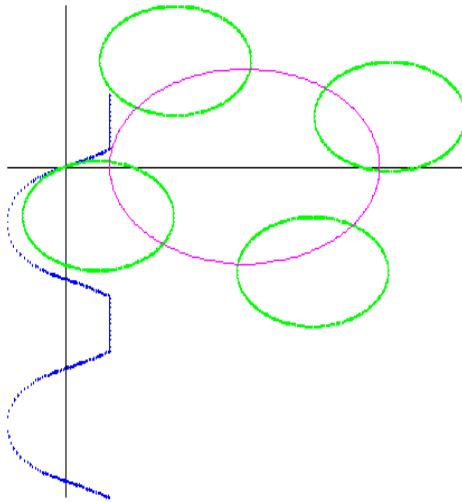


Рис.1. Вид торцевого сечения деталей реечной передачи с полюсным Эксцентриково-циклоидальным зацеплением

Литература

1 Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакивичос С.М., Ремнёва Т.А. Математическое моделирование работы зубчатой реечной передачи с эксцентриково-циклоидальным зацеплением // Вычислительные технологии. – 2010. – Т. 15. – № 1. – С. 53–59.

Геометрическое моделирование процесса обработки профильной фрезой деталей передаточного механизма с эксцентриково- циклоидальным зацеплением

Костарев А.А.

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: artem_kost@bk.ru

При обработке поверхностей деталей передаточного механизма используются различные типы фрез (сферические, тороидальные и т. д.). Стоимость специального профильного инструмента несколько выше, чем сферических и тороидальных фрез. Но увеличение стоимости инструмента окупается значительным сокращением машинного времени обработки деталей.

В данной работе построена математическая модель поверхности профильной фрезы (как поверхности вращения) для обработки деталей механизма с ЭЦ зацеплением [1]. Создана компьютерная программа, для определения радиусов круговых сечений фрезы для заданного набора смещений по оси вращения. Ниже приведен итоговый рисунок тела инструмента.

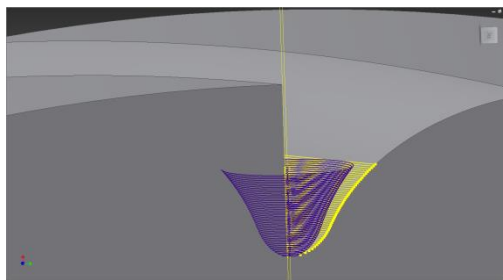


Рисунок 1 Тело инструмента

Литература

1 S.M. Kazakyavichyus, V.V. Stanovskoy, T.A. Remneva, W.M. Kuznetsov, A.M. Bubentchikov, N.R. Shcherbakov. Performance of Eccentric-Cycloid Engagement with Change in the Interaxial Distance: Modification of Tooth Configuration// Russian Engineering Research, 2011, Vol. 31, No.3, pp.197-199.

Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление

Братчикова Ж. В.

Научный руководитель: доцент, д.ф.-м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: le.magicien.fum@gmail.com

В работе решена задача определения основных параметров механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением [1], при которых можно добиться положения точки контакта в полюсе зацепления, то есть в точке, которая делит расстояние между колесами, в отношении, равном передаточному отношению. Тем самым обеспечивается режим качения профиля без проскальзывания и минимизации потерь на трение.

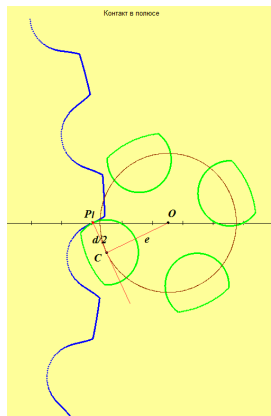


Рис.1. Торцевое сечение деталей цилиндрического ЭЦ-зацепления при контактировании профилей в полюсе (P1)

Литература

1 S.M. Kazakyavichyus, V.V. Stanovskoy, T.A. Remneva, W.M. Kuznetsov, A.M. Bubentchikov, N.R. Shcherbakov. Performance of Eccentric-Cycloid Engagement with Change in the Interaxial Distance: Modification of Tooth Configuration// Russian Engineering Research, 2011, Vol. 31, No.3, pp.197-199.

Расстояние до алгебраической поверхности (на примере эллипсоида)

Курганков К.Е.

Научный руководитель: Бухтяк Михаил Степанович,
к.ф.-м.н., доцент

Томский государственный университет

E-mail: kastetkos@mail.ru

Источник, указанный в списке литературы, содержит описание алгоритма, позволяющего (кроме прочего) вычислить расстояние от заданной точки до заданной квадрики в n -мерном евклидовом пространстве \mathbb{R}^n .

В основе алгоритма лежит использование матрицы Гессе для полинома, значение которого на квадрике равно единице, а также дискриминанта характеристического полинома матрицы Гессе. Характеристический полином, его дискриминант и координаты заданной точки используются для составления еще одного полинома, и наименьший положительный вещественный корень последнего полинома равен квадрату расстояния точки от квадрики.

Решена задача – составить Maple-программу, реализующую указанный алгоритм для сравнительно несложного случая: расстояние от точки до эллипсоида в \mathbb{R}^n . Maple-программа применена для конкретного эллипсоида и конкретной точки.

В качестве примера использован эллипсоид

$$\frac{7}{18}x_1^2 + \frac{1}{3}x_2^2 + \frac{5}{18}x_3^2 - \frac{2}{9}x_1x_2 - \frac{2}{9}x_2x_3 - \frac{1}{6}x_1 - \frac{2}{9}x_2 + \frac{5}{18}x_3 - 1 = 0 \text{ и точка}$$

$O(0,0,0)$. В итоге находим, что квадрат расстояния от точки до квадрики равен $r = 1.39469$, а координаты точки касания сферы с центром O и радиусом \sqrt{r} таковы: $(-0.10247, -0, 18642, 0.22099)$.

Литература

1 Вычисление расстояний между геометрическими объектами- URL: <http://pmpu.ru/vf4/algebra2/optimiz/distance/>(Дата обращения: 15.02.2015).

Полюсное эксцентриково-циклоидальное зацепление в конической передаче

Щёголева А. А.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Щербаков Н.Р.

Томский государственный университет

E-mail: NSchegoleva@sibmail.com

Полюсом в теории передаточных механизмов называют точку, которая делит расстояние между центрами колес в отношении, равном передаточному отношению. В реальном зубчатом эксцентриково-циклоидальном (ЭЦ) зацеплении должен быть технологический зазор, который достигается путем увеличения межосевого расстояния, при этом линейный контакт преобразуется в точечный. При совпадении точки контакта с полюсом зацепления обеспечивается режим качения профилей без проскальзывания и минимизация потерь на трение. В [1] указан алгоритм определения параметров зацепления, при которых возможно совпадения точки контакта деталей с полюсом. В работе построена математическая модель конической передачи с ЭЦ-зацеплением. Рассмотрена ситуация наличия технологического зазора, получены аналитические условия совпадения точки контакта поверхностей зубьев с полюсом. Созданы компьютерные программы для нахождения углов доворота деталей до контакта в полюсе и координат точек контакта на профилях деталей.

Литература

1 Становской В.В., Казакивичус С.М., Щербаков Н.Р. Полосный контакт в эксцентриково-циклоидальном (ЭЦ) зацеплении // «Теория и практика зубчатых передач». Сб. Трудов международного симпозиума (21-24 января 2014 г., Россия, Ижевск)/. Ижевск: Изд-во ИжГТУ, 2013. – С. 220–226.

Теорема о четырех вершинах для алгебраических и кусочно-гладких кривых

Шаннаа Ш.Э., Монгуш С.Ч.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Горбатенко Е.М.

Томский государственный университет

E-mail: shannaa94@gmail.com

Теорема о четырёх вершинах была первоначально доказана для выпуклых кривых (то есть кривых со строго положительной кривизной) в 1909 году индийским математиком Мукопадхайя.

Рассмотрим гладкую (вложенную класса C^3) связную замкнутую кривую в трехмерном евклидовом пространстве \mathbb{R}^3 . Ее выпуклой оболочкой называется пересечение всех содержащих кривую полупространств. Кривая называется выпуклой, если она лежит на границе своей выпуклой оболочки. Всякая выпуклая кривая в \mathbb{R}^3 имеет не менее четырех вершин – точек с нулевым кручением. Сформулируем теорему.

Теорема. Каждая гладкая связная замкнутая выпуклая кривая в \mathbb{R}^3 , кривизна которой всюду отлична от 0, имеет не менее четырех вершин. Дается еще дискретный аналог теоремы о четырех вершинах выпуклой пространственной кривой. В качестве следствия получено обобщение данной теоремы на случай невыпуклых многоугольников.

Определение. Ломаной называется непрерывная локально простая кривая, состоящая из конечного числа отрезков. Эти отрезки называются звеньями ломаной, а их концы – вершинами.

Теорема о четырех опорных вершинах ломаной. Всякая неплоская замкнутая несамопересекающаяся выпуклая ориентированная ломаная в пространстве имеет не менее двух правых и двух левых опорных вершин.

Литература

- 1 Мусин О. Р. Теорема о четырех вершинах для многоугольника // Научно-популярный физико-математический журнал "Квант". – Вып. 2. – С. 12-14.
- 2 Седых В. Д. Теорема о четырех вершинах выпуклой пространственной кривой // Функциональный анализ и его приложения. – 1992. – Т. 26, вып. 1. – С. 35-41.
- 3 Седых В. Д. Теорема о четырех опорных вершинах ломаной // Функциональный анализ и его приложения. – 1996. – Т. 30, вып. 3. – С. 88-99.
- 4 Седых В. Д. Теорема о четырех вершинах плоской кривой и ее обобщения // Соровский образовательный журнал. – 2000. – Т. 6, №. 9. – С. 122-127.

Некоторые свойства отображений на области с симметриями

Бакчанина Е.М.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Копанева Л.С.

Томский государственный университет

E-mail: bak70rus@yandex.ru

Область D , $D \subset \mathbb{C}_w$, называется областью с симметрией переноса вдоль вещественной оси на T , если $D = L(D)$, где $L(w) = w + T$.

Получено два результата.

Теорема 1.

Пусть однолистное, голоморфное отображение $f: \Pi^+ \rightarrow \mathbb{C}_w$, $f(\Pi^+) = D$, где $\Pi^+ = \{z \in \mathbb{C}: \operatorname{Im} z > 0\}$, D – область с симметрией переноса вдоль вещественной оси на T , удовлетворяющее условиям:

1) $f(z + kt) = f(z) + kT$, $k \in \mathbb{Z}$, $t > 0$, $T > 0$;

2) $\lim_{\operatorname{Im} z \rightarrow +\infty} (f(z) - \lambda z) = 0$, $\lambda > 0$.

Тогда $T = \lambda t$.

Теорема 2.

Пусть D – область с двойной симметрией:

1) с симметрией переноса вдоль вещественной оси на T ;

2) с симметрией относительно прямой $\{w \in \mathbb{C}: \operatorname{Re} w = \frac{T}{2}\}$.

Тогда область D симметрична относительно любой прямой $\{w \in \mathbb{C}: \operatorname{Re} w = k\frac{T}{2}, k \in \mathbb{Z}\}$.

Литература

1 Копанева Л.С. Геометрические и экстремальные задачи для отображений с симметрией переноса : диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 01.01.01 / Копанева Л.С.; науч. рук. Александров И.А.; Том. гос. ун-т. - Томск : [б. и.], 2003. - 85 с., ил.

2 Колесников И.А. Конформные отображения канонических областей на области с симметрией: диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук : 01.01.01 / Колесников И.А.; науч. рук. Копанева Л.С.; Том. гос. ун-т. - Томск : [б. и.], 2014. - 106 с., ил.

Уравнения Ланчестера

Борисова Я. В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Соколов Б.В.

Томский государственный университет

E-mail: borisova_yana@list.ru

В работе рассматривается задача, представляющую собой простейшую модель боевых действий, в которой участвуют две группировки: красные и синие. Пусть группировка красных имеет N_1 , а группировка синих - N_2 однородных боевых единиц. Обозначим среднее число боевых единиц красных к моменту времени t через m_1 , а среднее число единиц синих через m_2 . Тогда, подсчитывая их изменения за малый промежуток времени Δt и переходя к пределу при $\Delta t \rightarrow 0$, получаем систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{dm_1}{dt} = -k_2 m_2 \\ \frac{dm_2}{dt} = -k_1 m_1 \end{cases} \quad (1)$$

с начальными условиями $m_1(0) = N_1$, $m_2(0) = N_2$; где $k = \lambda p$, λ - число выстрелов за единицу времени, p - вероятность поражения цели при отдельном выстреле.

Эти уравнения называются уравнения динамики боя или уравнения Ланчестера.

Находя общее решение системы (1) и используя начальные условия, получаем частные решения уравнений Ланчестера:

$$\begin{cases} m_1 = N_1 ch\sqrt{k_1 k_2} t - N_2 \sqrt{\frac{k_2}{k_1}} sh\sqrt{k_1 k_2} t \\ m_2 = -N_1 \sqrt{\frac{k_1}{k_2}} sh\sqrt{k_1 k_2} t + N_2 ch\sqrt{k_1 k_2} t \end{cases} \quad (2)$$

В качестве примеров рассматриваются использование уравнений Ланчестера на конкретных задачах.

Литература

- 1 Е. С. Вентцель. Определение вероятностей состояний в динамике боя многочисленных групп, М., «Морской сборник», 1962 №10.
- 2 Ю. В. Чуев, П. М. Мельников, С. И. Петухов, Г. Ф. Степанов, Я. Б. Шор. Основы исследования операций в военной технике, М., «Советское радио», 1965.
- 3 Е. С. Вентцель. Исследование операций, М., «Советское радио», 1972.
- 4 Р. С. Гутер, А. Р. Янпольский. Дифференциальные уравнения, М., «Высшая школа», 1976.

Линейные дифференциальные уравнения с переменными коэффициентами

Карпюк А.А.

Научный руководитель: доцент к. ф.-м. н. Соколов Б. В.

Томский государственный университет

E-mail: alenschik999@mail.ru

Для изучения свойств решений линейного однородного дифференциального уравнения второго порядка и для нахождения решений часто бывает полезно преобразовать его к некоторым специальным формам.

В работе показано, что уравнение

$$y'' + p(x)y' + q(x) = 0$$

с помощью замены $y(x) = \alpha(x)z(x)$, где $z(x)$ - новая искомая функция можно преобразовать к виду, не содержащему первой производной. Доказано также, что всякое линейное однородное уравнение второго порядка путем умножения на некоторую функцию от x может быть приведено к самосопряженному виду. Приведены примеры решения дифференциальных уравнений при помощи преобразования к таким формам.

Поскольку линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами можно всегда проинтегрировать и получить общее решение в элементарных функциях, то естественно поставить вопрос о преобразовании уравнений других типов к уравнению с постоянными коэффициентами при помощи замены независимой переменной или искомой функции. Однако, это оказывается возможным лишь для некоторых линейных однородных уравнений с переменными коэффициентами, в частности такими уравнениями являются уравнения Эйлера и Чебышева.

Литература

- 1 Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений. - М.: КомКнига, 2006. - 472 с.
- 2 Краснов М. Л., Киселев А. И., Макаренко Г. И. Обыкновенные дифференциальные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. Изд. 4-е., испр. - М.: Едиториал УРСС, 2002. - 256 с.
- 3 Матвеев Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Высшая школа, 1967. - 565 с.

О конформном отображении полуплоскости на круговой счетноугольник с симметрией переноса

Колесников И.А.

Томский государственный университет

E-mail: ia.kolesnikov@mail.ru

Круговым счетноугольником называют [1] односвязную область Δ типа полуплоскости с симметрией переноса вдоль вещественной оси на 2π и такую, что часть границы области от точки w_0 до точки $w_0 + 2\pi$ состоит из конечного числа дуг окружностей.

Теорема. Функция $f(z)$, однолистно и конформно отображающая верхнюю полуплоскость на круговой счетноугольник Δ , удовлетворяет дифференциальному уравнению

$$\frac{f'''(z)}{f'(z)} - \frac{3}{2} \left(\frac{f''(z)}{f'(z)} \right)^2 = \sum_{k=1}^n \frac{1 - (\alpha_k)^2 - 2M_k \sin(a_k^0 - z)}{\sin^2 \frac{a_k^0 - z}{2}},$$

где a_k^0 , $k=1, \dots, n$, – прообразы вершин счетноугольника, принадлежащие промежутку $[0, 2\pi)$; $\alpha_k \pi$, $\alpha_k \in [0, 2]$, $k=1, \dots, n$, – углы при этих вершинах; M_k , $k=1, \dots, n$, – вещественные константы.

Постоянные M_k удовлетворяют условию $\sum_{k=1}^n M_k = 0$.

Случай, когда круговой счетноугольник обладает дополнительно свойством симметрии относительно прямой $w = \pi + iv$, $v \in \mathbb{R}$, рассмотрен в работе [2].

Литература

1 Колесников И. А. Отображение на круговой счетноугольник с симметрией переноса / Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. 2013. № 2 (22). – С. 33–43.

2 Колесников И. А. Конформное отображение полуплоскости на круговой счетноугольник с двойной симметрией / Проблемы анализа. 2013. Т. 2(20), № 2. – С. 58–67.

Некоторые случаи интегрируемости уравнения типа Левнера

Мельникова И.А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Копанева Л.С.

Томский государственный университет

E-mail: 01021994@docsis.ru

Для отображений верхней полуплоскости на односвязную область с симметрией переноса вдоль вещественной оси типа полуплоскости, удовлетворяющих условиям:

$$1) \lim_{\operatorname{Im} z \rightarrow +\infty} (f(z) - z) = 0;$$

$$2) f(z + 2\pi k) = f(z) + 2\pi k, \quad k \in \mathbb{Z}.$$

Получено дифференциальное уравнение типа Левнера:

$$\frac{d\zeta(\tau; z)}{d\tau} = ctg \frac{\lambda(\tau) - \zeta(\tau; z)}{2}$$

Исследуются решения уравнения в случаях, когда управляющая функция λ является кусочно - постоянной и $\lambda(\tau) = k\tau$.

Литература

1 Копанева Л.С. Геометрические и экстремальные задачи для отображений с симметрией переноса : диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук. 01.01.01 / Копанева Л.С.; науч. рук. Александров И.А.; Том. гос. ун-т. - Томск : [б. и.], 2003. - 85 с., ил.

Нули решений дифференциальных уравнений второго порядка

Шихалева М. И.

Научный руководитель: доцент к. ф.-м. н. Соколов Б. В.

Томский государственный университет

E-mail: loonili@mail.ru

В работе исследуются нули решений линейных однородных уравнений второго порядка вида:

$$y'' + q(x)y = 0 \quad (1)$$

Решение дифференциального уравнения называется колеблющимся в промежутке (a, b) , если оно обращается в нуль внутри этого промежутка не менее двух раз. В противном случае решение называется неколеблющимся в промежутке (a, b) .

Известно, что для уравнения

$$y'' + qy = 0 \quad (2),$$

где q – постоянное число, условие

$$q < 0 \quad (3)$$

является достаточным условием отсутствия колеблющихся решений уравнения (2).

Оказывается, что условие (3) распространяется и на случай, когда $q = q(x)$.

Теорема 1. Если $q(x)$ непрерывно в промежутке (a, b) и удовлетворяет условию $q(x) \leq 0$, $x \in (a, b)$, то всякое ненулевое решение уравнения (2) является неколеблющимся.

Теорема 2. (О чередовании нулей) Нули линейных независимых решений уравнения (1) чередуются (взаимно разделяют друг друга), то есть между соседними нулями одного решения лежит строго один нуль другого решения.

Литература

- 1 Матвеев Н. М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений второго порядка: учебник для механико-математических факультетов университетов М.: Высшая школа, 1967 - 563 с.
- 2 Степанов В. В. Курс дифференциальных уравнений: учебник для государственных университетов М.: КомКнига, 2006 - 472 с.
- 3 Петровский И Г Лекции по теории обыкновенных линейных уравнений: учебник для механико-математических факультетов университетов М.: Физматлит, 2009 - 208 с.

Исследование полей температуры в пламени с применением методов ИК-диагностики

Агафонцев М. В.

Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук Лобода Е. Л.

Томский государственный университет

E-mail: kim75mva@gmail.com

При изучении процессов горения важную роль играет определение температуры в пламени. Современное развитие в области ИК-диагностики позволяет использовать тепловизоры для измерения температуры различных объектов. Они позволяют получить поле температуры с хорошим разрешением по пространству и времени.

Целью исследования было определение полей температуры и пульсаций температуры в пламени. Эксперимент состоял из двух этапов. На первом этапе производились съемки процесса горения исследуемого материала и АЧТ с помощью спектрографа и делался анализ спектров изменения поля температуры при горении различных горючих материалов. По результатам анализа спектра излучения пламени делался выбор узкого спектрального интервала. На втором этапе производилась съемка процесса горения с помощью тепловизора в выбранных спектральных диапазонах. В результате корректировки эффективного коэффициента излучения пламени по данным с термопарных измерений получалось поле температуры пламени. С помощью быстрого преобразования Фурье, были получены спектры изменения температуры в пламени для различных горючих материалов. Анализируя полученные зависимости, были установлены характерные частоты изменения температуры: для растительных горючих материалов частотные максимумы от 2 до 7 Гц; для жидких топлив частотные максимумы от 4 до 8 Гц; для спирта частотный максимум 16 Гц. Очевидно, что эти частоты связаны с движением и размерами температурных неоднородностей в пламени, которые обусловлены режимом горения и турбулентным характером течения в пламени.

Работа выполнена при поддержке гранта Президента РФ для государственной поддержки молодых российских ученых № МД-5754.2015.1 и гранта РФФИ № 15-01-00513_a.

Экспериментальные исследования воспламенения опада хвои сосны в результате воздействия горящих частиц

Андреюк С.М.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Фильков А.И.

Томский государственный университет

E-mail: 8sergei91@mail.ru

В последние годы наблюдается увеличение количества пожаров в населенных пунктах, прилегающих к лесной территории или располагающихся в ней.

Основными факторами, влияющими на воспламенение строительных материалов и распространения таких пожаров, являются радиационный и конвективный перенос тепла от пламени и горящие частицы [1]. В настоящее время отсутствуют математические модели, которые бы учитывали генерацию горящих частиц, их влияние на распространение фронта пожара и воспламенение строений [2].

В связи с этим, данная работа посвящена изучению вероятности и условий воспламенения напочвенного покрова в результате воздействия горящих частиц. В качестве имитаторов горящих частиц использовали кору сосны. Частицы коры представляли собой пластинки глубиной 2-3 мм и площадью 10x10, 15x15, 20x20 и 30x30 мм². В качестве напочвенного покрова выступал опад хвои сосны различной плотности, расположенный на площадке 5x5 см. При проведении экспериментов на площадку сбрасывались, с помощью разработанной установки, тлеющие частицы в количестве от 1 до 10 штук.

В ходе испытаний без подвода ветра было установлено, что загорание слоя природных горючих материалов не происходило. При наличии ветра 1.5 м/с возгорание напочвенного покрова происходило при использовании 8 и более частиц размерами 30x30 мм².

Литература

1 J.D. Cohen, "What is the Wildland Fire Threat to Homes?" ed. Thompson Memorial Lecture, School of Forestry, Northern Arizona University Flagstaff, AZ.

2 S. L. Manzello, S. Suzuki, and Y. Hayashi, "Enabling the study of structure vulnerabilities to ignition from wind driven firebrand showers: A summary of experimental results," Fire Safety Journal, vol. 54, pp. 181-196, Nov 2012.

Численное моделирование естественной конвекции с фазовыми превращениями в замкнутой квадратной области с локальным источником тепла

Бондарева Н.С.

Научный руководитель: д.ф.-м.н. Шеремет М.А.

Томский государственный университет

E-mail: r0dniki@mail.ru

В последнее время все чаще исследователи обращаются к задачам о фазовых переходах в связи с необходимостью разработки эффективных систем отвода энергии от теплонагруженных элементов современной радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники.

В данной работе проведен анализ нестационарных режимов естественной конвекции внутри квадратной полости с изотермическими вертикальными стенками и локальным источником энергии. Внутри полости расположен материал с изменяемым фазовым состоянием. В начальный момент времени материал имел температуру, равную температуре плавления, и находился в твердом состоянии.

Для описания нестационарного конвективного тепло- и массопереноса используются уравнения Навье–Стокса в безразмерных преобразованных переменных «функция тока – завихренность». Система уравнений с соответствующими краевыми условиями была решена методом конечных разностей. Разностное уравнение Пуассона для функции тока решается на основе метода последовательной нижней релаксации. Для решения уравнений дисперсии завихренности и энергии применяется локально-одномерная схема Самарского. Разработанная математическая модель и численная методика были протестированы и показали хорошее согласование с данными эксперимента [1].

В результате вычислений были получены изолинии функции тока и температуры, а также положение фронта плавления в различные моменты времени в зависимости от размера рассматриваемой полости.

Литература

1 Gau C., Viskanta R. Melting and solidification of pure melting on a vertical wall // Journal of Heat Transfer – 1986. – Vol. 108. – P. 174–181.

Эволюция теплового факела в замкнутой кубической полости при наличии локального источника энергии

Гибанов Н.С.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Шеремет М.А.

Томский государственный университет

E-mail: fire9n@mail.ru

Современный этап развитие микроэлектроники требует детального изучения эволюции локальных распределений температуры и скорости внутри герметичных корпусов радиоэлектронной аппаратуры и электронной техники для оптимизации существующих и разработки новых систем обеспечения теплового режима [1].

Целью данной работы является анализ влияния фактора нестационарности на развитие полей скорости и температуры в замкнутой кубической полости с локальным источником энергии прямоугольного сечения.

Проводится математическое моделирование ламинарных режимов естественной конвекции в замкнутом объеме, заполненном вязкой ньютоновской жидкостью, удовлетворяющей приближению Буссинеска. Сформулированная краевая задача для уравнений математической физики решается численно методом конечных разностей с использованием преобразованных переменных «векторный потенциал – вектор завихренности – температура» [2].

В результате проведенных исследований (при $Ra = 10^5$, $Pr = 0.7$, $0 < \tau \leq 100$) были получены характерные распределения изолиний скорости и температуры. Также было проведено сравнение полученных результатов с данными двумерной модели и показаны основные отличия, отражающие необходимость рассмотрения подобных задач в полной пространственной постановке.

Работа выполнена при финансовой поддержке Совета по грантам Президента РФ (грант МД-6942.2015.8) и РФФИ (грант № 14-08-31137 мол_a).

Литература

1 Öztop H.F., Estellé P., Yan W.-M., Al-Salem K., Orfi J., Mahian O. A brief review of natural convection in enclosures under localized heating with and without nanofluids // Int. Comm. Heat Mass Transfer. – 2015. – Vol. 60. – P. 37–44.

2 Кузнецов Г.В., Шеремет М.А. Конвекция Рэлея-Бенара в замкнутом объеме со стенками конечной толщины // Математическое моделирование. – 2009. – Т. 21, № 10. – С. 111–122.

Экспериментальные исследования времен задержки зажигания древесины под воздействием динамического потока лучистой энергии

Гук В. О.

**Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Фильков А.И.;
зав. лаб., к.т.н. Кузнецов В.Т.**

Томский государственный университет

E-mail: bwriddler@mail.ru

Процесс зажигания существенно зависит от типа теплового потока, является ли он статическим или динамическим. При этом зажигание горючих материалов в динамических условиях изучено недостаточно.

В данной работе приводится анализ результатов зажигания образцов древесины под воздействием динамического потока лучистой энергии. В качестве исследуемых образцов использовалась древесина сосны. Для сравнения времен задержки зажигания в статических и динамических условиях, тепловой поток усредняли.

В ходе проведенных экспериментов было установлено, что время задержки зажигания для возрастающего потока лучистой энергии меньше, чем для постоянного потока [1]. При этом разница по времени составляет от 2 до 3 раз. Для убывающего потока наблюдается аналогичная картина. Однако время задержки зажигания для возрастающего потока лучистой энергии с ростом времени уменьшается медленнее, чем для падающего потока [2]. Полученные данные качественно согласуются с результатами математического моделирования динамических условий нагрева древесины в работе [3].

Литература

- 1 Boonmee N., Quintiere J. G. Glowing and flaming autoignition of wood // Proceedings of the Combustion Institute. Vol. 29. 2002. Pp. 289–296.
- 2 Kuznetsov V.T., Fil'kov A.I. Ignition of various wood species by radiant energy // Combustion, Explosion, and Shock Waves. 2011, Vol. 47, No. 1. Pp. 65–69.
- 3 Еналеев Р.Ш., Красина И.В., Гасилов В.С., Чистов Ю.С., Тучкова О.А. Зажигание древесины // Вестник Казанского технологического университета. 2013. Т. 16. № 10. С. 99–106.

Численное моделирование сопряженной естественной конвекции в полости с пористым фитилем

Кожевников Д.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Шермет М.А.

Томский государственный университет

E-mail: den_linad.ru

В настоящее время для оптимизации систем охлаждения элементов энергетического оборудования все чаще используют тепловые трубы [1, 2]. Тепловая труба по конструкции аналогична термосифону, но в своей структуре на внутренней стенке содержит пористый фитиль, сделанный, например, из нескольких слоев тонкой сетки. Такая модификация позволяет значительно расширить сферу применения данного устройства.

Целью настоящей работы является численное моделирование нестационарных режимов сопряженного конвективного теплопереноса в плоской тепловой трубе, имеющей теплопроводную оболочку и пористый фитиль. Левая часть теплообменника контактирует с охлаждаемым элементом, температура которого постоянна и максимальна T_h , а правая часть связана с циркулирующим охладителем, где учитывается конвективный теплообмен с внешней средой. Остальные внешние стенки считаются теплоизолированными. Краевая задача сформулирована в преобразованных переменных "функция тока – завихренность" и реализована численно методом конечных разностей [3]. Исследования проведены в широком диапазоне изменения определяющих параметров. Установлены распределения изолиний функции тока и температуры внутри устройства.

Литература

- 1 Reay D. A. Heat pipes. Theory, Design and Applications / D. A. Reay, P. A. Kew. – London: Elsevier, 2006. – 397 p.
- 2 Solomon A.B., Ramachandran K., Pillai B.C. Numerical analysis of a screen mesh wick heat pipe with Cu/water Nanofluid // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2014. – Vol. 75. – P. 523-533.
- 3 Шермет М. А. Нестационарная сопряженная термогравитационная конвекция в цилиндрической области с локальным источником энергии // Теплофизика и аэромеханика. – 2011. – Т. 18, № 3. – С. 463–474.

Численный анализ влияния числа Рэлея на турбулентные режимы сопряженного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой квадратной полости

Мирошниченко И.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Шеремет М.А.

Томский государственный университет

E-mail: miroshnichenko@mail.tsu.ru

Изучение термогравитационной конвекции имеет большое значение в связи с проблемой отвода теплоты во многих приборах, процессах и системах.

В настоящей работе рассматривается сопряженная задача турбулентного конвективно-радиационного теплопереноса в замкнутой полости. Процесс переноса тепла в рассматриваемой области описывается системой нестационарных двумерных уравнений турбулентной естественной конвекции в безразмерных переменных «функция тока – завихренность – температура». В качестве модели турбулентности рассматривалась стандартная $k-\varepsilon$ модель [1]. Для адекватного разрешения вязкого пограничного слоя размещение узлов сетки вблизи твердых стенок задавалось на основе алгебраического преобразования координат [2]. Краевая задача была решена методом конечных разностей на неравномерной сетке. Начальные и граничные условия для сформулированной задачи подробно описаны в [3,4].

В работе было детально проанализировано влияние числа Рэлея на структуру потока, а так же на распределение локальных и интегральных характеристик.

Литература

- 1 Launder B.E., Spalding D.B. The numerical computation of turbulent flows // Comput. Methods Appl. Mech. Eng. – 1974. – V. 3. – pp. 269–289.
- 2 Miroshnichenko I., Sheremet M. Comparative study of standard $k-\varepsilon$ and $k-\omega$ turbulence models by giving an analysis of turbulent natural convection in an enclosure // EPJ Web of Conferences – 2015. – V. 82. – pp. 01057-1–01057-4.
- 3 Шеремет М.А. Математическое моделирование турбулентных режимов сопряженной термогравитационной конвекции в замкнутой области с локальным источником тепла // Теплофизика и аэромеханика – 2011. – Т. 18, №1. – С. 117–131.
- 4 Martyushev S.G., Sheremet M.A. Conjugate natural convection combined with surface thermal radiation in an air filled cavity with internal heat source // International Journal of Thermal Sciences – 2014. – V. 76. – pp. 51-67.

Смешанная конвекция в прямоугольной полости при наличии изотермической стенки

Носонов И.И.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Шеремет М.А.

Томский государственный университет

E-mail: nosonov_94@mail.ru

Всестороннее исследование процессов тепловой конвекции является актуальной проблемой гидромеханики и теплообмена, поскольку они часто встречаются во многих задачах практики. При свободной конвекции, в отличие от вынужденной, течение возникает под действием разности температур, что характеризует неразрывность гидродинамики и теплопереноса. Теоретические вопросы свободной конвекции изучались в трудах многих исследователей [1, 2].

Целью настоящей работы является численный анализ нестационарных режимов смешанной конвекции в прямоугольной полости при наличии изотермической стенки и внешнего вынужденного течения. Горизонтальный поток, температура которого ниже температуры изотермической стенки, поступает в полость через входное сечение, расположенное в левой части области. Выходное отверстие находится на противоположной границе. Дифференциальные уравнения, описывающие рассматриваемый процесс, формулируются в безразмерных преобразованных переменных "функция тока – завихренность" и решаются численно методом конечных разностей [3]. Исследования проведены в широком диапазоне изменения числа Ричардсона. Установлены типичные распределения линий тока и изотерм, отражающие формирование режимов естественной, смешанной и вынужденной конвекции.

Литература

- 1 Полежаев В.И. Свободная конвекция: обзор моделей, методов и приложений // Труды 1 Российской национальной конференции по теплообмену. – Москва, 1994. – Т.2. – С. 3-10.
- 2 Fontana E., Capeletto C.A., da Silva A., Mariani V.C. Numerical analysis of mixed convection in partially open cavities heated from below // Int. J. Heat Mass Transfer. – 2015. – Vol. 81. – P. 829-845.
- 3 Kuznetsov G.V., Sheremet M.A. Numerical simulation of convective heat transfer modes in a rectangular area with a heat source and conducting walls // ASME J. Heat Transfer. – 2010. – Vol. 132. – P. 1–9.

Искусственные нейронные сети. Избегание препятствий

Биржанов Р.Т.

Научный руководитель: магистрант Семёнов Е.В.

МБОУ "Академический лицей" г. Томска

E-mail: birjanovruslan@yandex.ru

Искусственные нейронные сеть - математические модели, а также их программные воплощения, основанные на организации и работе биологических нейронных сетей [1].

При подробном изучении искусственных нейронных сетей, я смог запрограммировать робота (Рисунок 1), который, сталкиваясь с препятствием, получал входной сигнал, обрабатывал его и поворачивал, уезжая от препятствия.

В модели я использовал однослойную сеть из двух нейронов с ограниченной линейной выходной функцией [2]. Входов у сети было два. Физическими входами являлись два датчика касания, а выходами мощности вращения двух моторов.



Рисунок 1 - Робот, обучающийся объезжать препятствия

В процессе обучения робот получает сигнал с датчиков касания, сигнал обрабатывается, и на выход сети подаётся изменённый сигнал, по которому робот выбирает, повернуть в сторону или поехать назад.

Литература

1 Искусственные нейронные сети [Электронный ресурс]: Википедия, свободная энциклопедия., 2015. - URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Искусственная_нейронная. (Дата обращения 18.04.2015)

2 Семёнов Е. В. Применение теории искусственных нейронных сетей в школьном курсе робототехники: Методическое пособие для школы, 2015. - 13 с.

Искусственные нейронные сети. Обучение робота классификации цветов

Иванов Г.Н.

Научный руководитель: магистрант Семёнов Е.В.

МБОУ Академический лицей г. Томск

E-mail: ivanovgrigoriinikolaevich00@yandex.ru

Нейронные сети - совокупность нейронов, действующих в нервной системе, а искусственные нейронные сети (далее - ИНС) - это программная или аппаратная модель биологических нейронных сетей.

Программы на основе ИНС отличаются от обычных программ тем, что они не выполняют заранее заложенный алгоритм, а могут подстраиваться под разные задачи путем обучения.

В моем роботе используется программная модель из двух нейронов, преобразующих вектор из трех бинарных компонент в вектор из двух бинарных компонент (Рисунок 1). То есть цвет, считанный с датчика, поступает в виде числа, далее это число преобразуется в трехкомпонентный бинарный вектор, который поступает на обработку в каждый нейрон. Каждая компонента умножается на соответствующий ей весовой коэффициент и высчитывается их сумма. На основе того, что должно было получиться на выходе сети и того, что получилось, высчитывается ошибка и изменяются весовые коэффициенты.

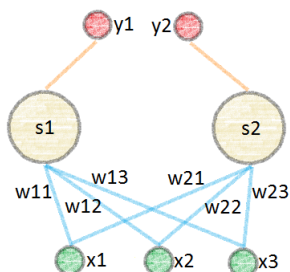


Рисунок 1 – Схема ИНС

Литература

- 1 [Электронный ресурс]: Википедия, свободная энциклопедия, 2015. - URL: https://ru.wikipedia.org/wiki/Искусственная_нейронная_сеть. (Дата обращения: 18.04.2015).
- 2 Семёнов Е.В. Применение теории искусственных нейронных сетей в школьном курсе робототехники: Учеб. пособие для школы, 2015.

Обучение робота передвижению с помощью генетического алгоритма

Кураков А.Б., Аввакумов Д.К., Безходарнов Н.И.

Научный руководитель: магистрант Семёнов Е.В.

МБОУ Академический лицей г. Томска

E-mail: sniperaft@bk.ru, WWWinar@gmail.com, nblaaa@mail.ru

Arduino - это вычислительный блок, а также инструмент для создания электронных устройств из любых материалов. Arduino позволяет компьютеру выйти за рамки виртуального мира в физический. Arduino взаимодействует с ним, получая информацию об окружающей среде посредством различных датчиков и управляя различными исполнительными устройствами.

Генетический алгоритм - это эвристический алгоритм поиска, используемый для решения задач путём направленного случайного перебора[1]. Алгоритм состоит из 4 шагов:

Инициализация: Создается несколько особей, которые позже будут корректироваться самим алгоритмом; Отбор: Выбираем из всех особей самых эффективных, все остальные «погибают»; Скрещивание: Между собой скрещиваются выбранные особи; Мутация: Из всей новой популяции некоторые особи могут менять свои параметры по заранее заданному алгоритму.

Для реализации ходьбы нашего робота мы используем «генетических особей», представляющих из себя вектора, заданные случайным образом. Его компоненты - определённые параметры для моторов. Эти параметры используются в формуле, определяющей угол поворота моторов, в связи с чем робот движется. Всё это продлевается для всех особей, после чего они оцениваются по эффективности движения робота. Особи сортируются от тех, при которых робот сдвинулся дальше, до тех, при которых робот практически не сдвинулся. Последние особи удаляются, а первые скрещиваются между собой и данный цикл снова повторяется. В итоге выживает тот вид особей, которые продвигают робота на самое дальнее расстояние.

Литература

1 Рудковская Д., Пилиньский М., Рутковский Л. Нейронные сети, генетический алгоритмы и нечеткие системы: Пер. с польск. И. Д. Рудинского. - 2-е изд., стереотип. - М.: Горячая линия - Телеком, 2013. - 384 с.: ил.

Математическая модель снежного покрова

Алипова К.А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: ksusha_ast@mail.ru

Снежный покров является важным параметром в численных прогностических и климатических моделях, а также при оценке запасов влаги в почве для нужд сельского хозяйства и строительства, при расчетах уровня стока и прогноза паводков, снежных лавин. В настоящее время существует несколько типов моделей снежного покрова [1]. Они отличаются количеством слоёв, на которые разбивается весь снежный покров, и, как следствие, точностью моделирования физических свойств и параметров снега. В работе рассматривается математическое моделирование формирования, уплотнения и таяния снежного покрова на основе модели CROCUS [2].

В этой модели снежный покров представляется как многослойная структура, где каждый слой характеризуется толщиной, температурой, плотностью, содержанием влаги, типом зёрен снега, и учитываются граничные условия взаимодействия с атмосферой и почвой. При взаимодействии с атмосферой рассматриваются длинноволновые и коротковолновые радиационные потоки, осадки, ветер, а также видимые и скрытые турбулентные потоки. При взаимодействии с почвой выделяют тепловые потоки от земли и тепловые потоки, поступающие в почву в результате таяния снега.

Литература

- 1 A. Boone, P. Etchevers. An intercomparison of three snow schemes of varying complexity coupled to the same land surface model: Local-scale evaluation at an alpine site // J. Hydrometeorol. - 2001. - Vol. 2. - P. 374-394.
- 2 E. Brun, E. Martin, V. Simon, C. Gendre, C. Coléou. An energy and mass model of snow cover suitable for operational avalanche forecasting // J. Glaciol. - 1989. - Vol. 35, No. 121. - P. 333-342.

Кластеризация цифровых изображений методом Forel

Амшарюк Е.И.

Научный руководитель: доцент Фёдорова О.П.

Томский государственный университет

E-mail: ekaterinaamsharyuk@gmail.com

Задача классификации цифровых изображений является практически важной, поэтому разработка эффективных методов ее решения актуальна. В настоящей работе рассматриваются методы кластерного анализа Forel и k-means. Проводится их сравнительный анализ на коллекциях изображений. Данные методы оперируют изображениями, как точками в пространстве признаков, объединяя близкие изображения в кластеры. На процесс кластеризации влияет выбор метрики. В случае, когда признаки имеют нормальное распределение, эффективным является выбор расстояния Махаланобиса, при вычислении которого используется ковариационная матрица.

В работе была выбрана коллекция цифровых изображений трех объектов, состоящая из трехсот штук. Этими объектами являлись гвоздики, машины и мотоциклы. В качестве характеристик выступали:

- 1) усредненные значения RGB;
- 2) усредненные значения преобразования Фурье;
- 3) гистограммы.

Проведены исследования распределения средних изображения по каналам RGB в пространственной и частотной областях, а также гистограмм. Показано, что средние достоверно имеют нормальное распределение. В данной работе группировочные признаки подвергаются объединению с помощью евклидова расстояния. Результаты кластеризации показывают, что объекты одного цвета в методах Forel и k-means разбиваются на таксоны плохо. Классификация объектов разных цветов проводится в методе k-means эффективнее, чем в методе Forel. Но благодаря усредненным значениям преобразования Фурье, в методе Forel, гвоздики попадают в один кластер.

По итогам сравнительного анализа двух методов, выяснилось, что метод k-means проводит кластеризацию эффективнее.

Математические модели в медицине

Давыдова Ю.А.

Научный руководитель: старший преподаватель Меркулова
Н.Н.

Томский Государственный университет
E-mail: kawade@mail.ru

Математическое моделирование в иммунологии и медицине, одним из авторов которого является Г.И. Марчук, активно развивается в настоящее время [1].

При исследовании биомедицинских проблем встречаются процессы, для математического описания которых используется аппарат обыкновенных дифференцированных уравнений (ОДУ), систем алгебраических нелинейных уравнений, разностных отображений и т.д.

В данной работе изучаются простейшие математические модели вирусного заболевания [1, 2], одна из которых имеет вид [1]:

$$\frac{dV}{dt} = (\beta - \gamma_2 F) V;$$

$$\frac{dF}{dt} = \mu_B \xi(m) C_B(t) - \eta_1 \gamma_1 F V - \alpha_F F;$$

$$\frac{dC_B}{dt} = P_B(t - \tau_B) - \alpha_{C_B} (C_B - C_B^*);$$

$$\frac{dB}{dt} = \gamma_6 BV - \gamma_7 BV - \gamma_8 \overline{VT} \overline{AB} - \alpha_B (B - B^*);$$

$$\frac{dm}{dt} = \sigma V - \alpha_m m;$$

$$P_B(t) = \overline{\gamma_B} \overline{VT};$$

$$\overline{\gamma_B} = \gamma_B \overline{AT} = const.$$

Здесь $V(t)$ -антигены, $F(t)$ -антитела, $C_B(t)$ -плазматические клетки, $V(t)$ -лимфоциты, $m(t)$ -масса пораженного органа, $\beta, \gamma_2, \mu_B, \eta_1 \gamma_1, \alpha_F, \alpha_{C_B}, \gamma_6, \gamma_7, \gamma_8, \overline{AT}, \alpha_B, \sigma, \alpha_m$ -константы, $\xi(m) = 1$.

Система ОДУ приведена к безразмерному виду. Найдены стационарные решения, которые исследованы на устойчивость.

Литература

- 1 Г.И. Марчук. Математические модели в иммунологии. — М.: наука, 1985 г., С.240.
- 2 Бейли Н. Математика в биологии и медицине / пер. с англ. Е.Г. Коваленко. — М.: ИЗДАТЕЛЬСТВО "МИР", 1970 г.

Применение методов фильтрации к спутниковым данным измерений влажности почвы

Ерин С.И.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: sergei.erin@mail.ru

Современная метеорология характеризуется бурным развитием математических моделей атмосферы и их применением для проведения численных расчетов прогнозов погоды. Одной из важнейших и сложнейших проблем для метеорологов является проблема повышения точности прогнозирования. Для повышения качества численных расчетов прогноза необходимо более полно учитывать фактическое состояние суши и атмосферы. Большое значение играет учет влажности почвы, что было доказано в европейском центре среднесрочных прогнозов погоды в 1996 году [1].

Все большее значение в метеорологии приобретают спутниковые данные измерений. К достоинствам спутников можно отнести наличие современных систем дистанционного зондирования, большую зону покрытия, эффективную передачу данных и высокую плотность наблюдений. Спутники серии MetOp способны производить измерения влажности почвы из космоса и предоставлять данную информацию оперативно [2].

Одним из эффективных способов повышения точности прогнозирования в данном случае является применения методов фильтрации к исходным данным измерений влажности почвы, полученным со спутника. В работе рассматриваются различные методы фильтрации спутниковых данных наблюдений, и проводится их сравнение между собой и с прямыми измерениями влажности почвы.

Работа выполнена в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (№ 5.628.2014/К).

Литература

- 1 Mahfouf J-F. Analysis of soil moisture from near-surface parameters: A feasibility study. J. Appl. Meteor., 1991. - Volume 30. - 1534-1547 pp.
- 2 W. Wagner. The ASCAT Soil Moisture Product: A Review of its Specifications, Validation Results, and Emerging Applications/W. Wagner and other // Meteorologische Zeitschrift. – 2013. – Vol. 22, № 1. – 5–33 pp.

Использование сплайн-функций при обработке изображений

Гейцман Р.Ю.

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Федорова О.П.

Томский государственный университет

E-mail: regina_0509@mail.ru

Сплайн — функция, область определения которой разбита на конечное число промежутков, на каждом из которых сплайн совпадает с некоторым алгебраическим многочленом. Максимальная степень из использованных многочленов называется степенью сплайна. Разность между степенью сплайна и получившейся гладкостью называется дефектом сплайна

Сплайны обладают отличными аппроксимативными свойствами и обеспечивают простоту реализации вычислительных алгоритмов, полученных на их основе.

В данной работе было изучено линейное пространство сплайн-функций. Использовались кубические сплайны дефекта 1, заданные на равномерной сетке. Построена таблица коэффициентов для вычисления значения сплайна в узле с помощью базисных сплайнов по заданной сетке и значениям функций в узлах сетки. Использование полученных коэффициентов для нахождения значений сплайна упрощает вычисления, так как коэффициенты являются постоянными на заданной сетке и не требуют дополнительных подсчетов. Разрабатываемый подход можно использовать для увеличения цифрового изображения.

Литература

- 1 Гонсалес Р. Цифровая обработка изображений в среде MATLAB / Гонсалес Р., Вудс Р., Эддинс С. - М.: Техносфера, 2006. – 616с.
- 2 Завьялов Ю. С. Методы сплайн-функций / Ю. С. Завьялов, Б. И. Квасов, В. Л. Мирошниченко; Под ред. Н. Н. Яненко. - М. : Наука, 1980. - 350с.

Метод сопряженных градиентов для решения систем линейных алгебраических уравнений

Грудович Л. Е.

Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук, Данилкин Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: vino00167@mail.ru

Решение систем линейных алгебраических уравнений является одной из наиболее часто возникающих задач в научно-технических исследованиях. Так около 75% всех вычислительных задач сводятся к решению СЛАУ большой размерности. Они встречаются, например, в математической физике при численном решении дифференциальных и интегральных уравнений. Методы решения СЛАУ можно разделить на прямые и итерационные. Прямые методы позволяют получить точное решение через конечное число шагов, в отсутствие ошибок округления. Итерационные методы, напротив, дают точное решение только в виде предела некоторой последовательности приближений к решению.

Доклад будет посвящен методу сопряженных градиентов и его программной реализации. Данный метод является итерационным, он был разработан для решения систем вида $Ax = b$. Где x - неизвестный вектор, b - известный вектор, а A - известная, квадратная, симметричная, положительно определенная матрица.

В алгоритме метода сопряженных градиентов [1] построение последовательности приближений к точному решению можно условно свести к поочередному использованию трех базовых операций линейной алгебры, а именно: умножение матрицы на вектор, сложение векторов и скалярное произведение векторов. Поэтому при реализации алгоритма на языке программирования C++ эти операции реализованы в виде отдельных процедур, и затем использованы при записи основных формул метода сопряженных градиентов.

Работоспособность полученной программной реализации метода сопряженных градиентов проверена на двух пробных задачах. В обоих случаях решение, полученное методом сопряженных градиентов, соответствует точному решению СЛАУ.

Литература

1 Крылов.В.И. Вычислительные методы высшей математики./ В.И.Крылов, В.В.Бобков, П.И.Монастырский. - Минск.: Высш. шк., 1972. -1 т.

Разностные схемы решения уравнения переноса, использующие интерполяционные многочлены

Карпова А.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: siriys.tomsk@mail.ru

В настоящее время важной сферой знаний является математическое моделирование. Особое место занимает математическое моделирование в решении задач, связанных с проблемами экологии. В ряде таких задач требуется исследование процессов в движущихся средах, включающих диффузионный и конвективный перенос.

Целью данной работы является построение монотонных разностных схем повышенной точности, основанных на интерполяционных многочленах, для численного решения нестационарного уравнения конвекции-диффузии.

Физическая постановка задачи заключается в нахождении значения концентрации примеси в точках области $[0, H]$ в определенный момент времени.

Для построения разностных схем используется метод конечного объема (МКО) для равномерной сетки. Разностная схема получается путём интегрирования исходного дифференциального уравнения по времени и по конечному объёму, представляющему собой ячейку вычислительной сетки. При этом значения всех членов уравнения выражаются некоторым образом через значения сеточного аналога искомой функции, определенного в центрах ячеек сетки.

В данной работе рассматривалось несколько вариантов аппроксимации конвективного члена уравнения переноса. Были рассмотрены следующие подходы: монотонизированная линейная противопотоковая MLU-схема Ван Лира, ENO-схема и монотонная сплайн-интерполяция.

Благодаря тому, что построенная разностная схема является явной, для данной задачи можно получить эффективную параллельную программу для кластерной системы.

Работа выполнена по Государственному заданию Министерства образования и науки РФ №5.628.2014/К.

Численное решение дифференциального уравнения в частных производных параболического типа с поглотителем

Катеринский Д.А., Шульга С.А.

научный руководитель: доцент, к.т.н. Шульга С.А.

Томский государственный университет

E-mail: deniskaterinskiy@gmail.com

Рассмотрим модель Блэка-Шоулза [1]:

$$dB_t = rB_t dt, B_0 > 0,$$

$$dS_t = S_t(\mu dt + \sigma dW_t), S_0 > 0,$$

где $t \in [0, T], S \in [0, \infty), \mu = 1 \sigma \in [0, \infty), r \in [0, 1], E \in [0, \infty)$.

Проблема состоит в численном решении уравнения для Американского пут опциона:

$$-\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{1}{2}\sigma^2 S^2 \frac{\partial^2 V}{\partial S^2} + rS \frac{\partial V}{\partial S} - rV = 0.$$

со следующими начальными и граничными условиями:

$$V(0, S) = \max\{E - S, 0\}; V(t, \infty) = 0; V(t, 0) = Ee^{-rt},$$

для всех t выполняется следующее неравенство:

$$V(t, S) \geq \max\{E - S, 0\}.$$

Используем для решения абсолютно устойчивую схему бегущего счета Саульева [2].

В нашей работе показано, что значения цены Американского пут опциона можно рассчитать по следующим формулам (при движении слева-направо и справа-налево соответственно):

$$V_i^{n+1} = \frac{\frac{\sigma^2 S^2 \Delta t}{2\Delta S^2}(V_{i-1}^{n+1} - V_i^n - V_{i+1}^n) + rS\Delta t \frac{V_{i-1}^{n+1} - V_{i+1}^n}{2\Delta S} - V_i^n(r\Delta t - 1)}{1 + \frac{\sigma^2 S^2 \Delta t}{2\Delta S^2}},$$

$$V_i^{n+1} = \frac{\frac{\sigma^2 S^2 \Delta t}{2\Delta S^2}(V_{i-1}^n - V_i^n - V_{i+1}^{n+1}) + rS\Delta t \frac{V_{i-1}^n - V_{i+1}^{n+1}}{2\Delta S} - V_i^n(r\Delta t - 1)}{1 + \frac{\sigma^2 S^2 \Delta t}{2\Delta S^2}}.$$

Результат оформляется в виде программного модуля, который может использоваться в инвестиционном бизнесе.

Литература

- 1 Ширяев А. Н. Основы стохастической финансовой математики / А. Н. Ширяев. – М.: ФАЗИС, 1998. – Т. 1–2.
- 2 Шульга С. А., Войцеховский А. В. Решение смешанных систем дифференциальных уравнений в частных производных методом конечных разностей (задачи взаимодействия потоков излучения с твердотельной мишенью) / С. А. Шульга, А. В. Войцеховский. Томск: Изд-во Том. ун-та. Препринт. 2001. – 56 с.

Метод решения задачи о сверхзвуковом обтекании затупленного тела в рамках модели вязкого ударного слоя

Котов И.А.

Научный руководитель: Гольдин В.Д.

Томский государственный университет

E-mail: kia1992@bk.ru

В настоящей работе рассматривается задача вязкого сверхзвукового обтекания затупленных тел с использованием модели вязкого ударного слоя [1], которая часто встречается в природе и технике.

Основная система уравнений нелинейна, имеет переменный тип, и, кроме того, граница области определения неизвестных функций должна определяться в процессе решения.

Так же, в работе рассматривается создание быстрого и достаточно точного численного алгоритма решения этой задачи.

Для определения границы области – положения головной ударной волны – разрабатывается оригинальный вариант метода глобальных итераций. Метод заключается в том, что для определения отхода ударной волны выводится обыкновенное дифференциальное уравнение со знакопеременным коэффициентом перед старшей производной [3].

Алгоритм решения данной задачи основан на численном методе И.В.Петухова [2], который имеет четвертый порядок аппроксимации по координате, ортогональной поверхности обтекаемого тела, и первый порядок – по продольной координате.

Разработанная схема реализована в среде Borland Delphi 7. Программа отлажена и запущена на тестовом примере. Получены результаты численного расчета и проведено сравнение с точными результатами.

Литература

- 1 Гиперзвуковая аэродинамика и теплообмен спускаемых космических аппаратов и планетных зондов / под ред. Г. А. Тирского. – М. : Физматлит, 2011. - 546 с.
- 2 Математическое моделирование. – М. : Издательство РАН, 1999.
- 3 Помогаева С. В., Гольдин В.Д. Об одном алгоритме решения задачи сверхзвукового невязкого обтекания затупленных тел/ Науч. Конф. "Актуальные проблемы современной механики сплошных сред и небесной механики": Материалы конференции (Томск, 17 – 19 ноября 2014 г.) – Томск: ТГУ, 2014 г. – с. 67 - 69.

Распознавание рукописных цифр с использованием мультиклассового метода опорных векторов

Кротов Е.В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Богословский Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: e.krotov@mail.ru

В современном мире много электронных устройств и люди активно используют клавиатуры и другие устройства для ввода информации в компьютер, но мы все так же продолжаем использовать ручку и листок бумаги для записок и записи другой информации. Часто требуется преобразовать рукописный текст в цифровой вид. Распознавание рукописного текста является сложной задачей из-за существенных различий в размерах и формах букв и цифр, особенностей почерка разных людей.

В данной работе, рассматривается задача распознавания рукописных цифр. Для решения данной задачи использовался мультиклассовый метод опорных векторов. Метод опорных векторов классифицирует данные путем нахождения гиперплоскости, которая наилучшим образом разделяет данные, т.е. таким образом, чтобы расстояние между данными из различных классов было максимально возможным.

Как и в любом другом методе машинного обучения, немаловажную роль играет предварительная обработка данных и выделение информативных признаков в изображении. При работе с изображениями вейвлеты Габора [1], основанные на преобразовании Фурье, показывают хорошие результаты при выделении наиболее существенных признаков. Их использование в качестве метода выделения признаков, с дальнейшим применением алгоритма уменьшения размерности вектора признаков PCA, позволило улучшить качество классификации. Апробация алгоритма проводилась на базе изображений MNIST.

Литература

1 Xiaodong Li, Shumin Fei, Tao Zhang Novel Dimension Reduction Method of Gabor Feature and Its Application to Face Recognition // Image and Signal Processing, 2009. CISP 09. p. 1-5

О нахождении клики в связном графе

Кудрин С. В.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Берцун В. Н.

Томский государственный университет

E-mail: Se_ky@mail.ru

Граф - это наглядный образ, который является одним из гибких математических объектов, позволяющих эффективно решать прикладные задачи химии, логистики, биологии, информационной безопасности и управления сложными системами [1]. В виде графа можно изображать химические молекулы и отношения между людьми, электронные схемы и информационную структуру алгоритмов.

В работе рассматривается задача об определении кликового числа связного графа на n вершинах. Известно, что такая задача является NP - полной [2]. Существуют различные алгоритмы поиска максимальной клики в графе. В работе анализируется алгоритм Брона - Кербоша и алгоритм Магу с точки зрения количества операций [3]. Приводятся результаты применения этих методов для различных графов. А также рассматривается возможность определения клик графов на МВС для $n \gg 1$.

Литература

- 1 Асанов М.О. Дискретная математика: Графы, матроиды, алгоритмы: Учебное пособие./Баранский В.А., Расин В.В. - 2-е изд.- Лань, 2010. - 368с.
- 2 Макконелл Дж. Анализ алгоритмов: М.: Техносфера, 2002. 304с.
- 3 Etsuji Tomita. The worst-case time complexity for generating all maximal cliques and computational experiments/ Etsuji Tomita, Akira Tanakaa, Haruhisa Takahashia – Theoretical Computer Science 363 (2006) 28 -42

О параллельном методе прогонки для решения систем с ленточными матрицами

Михневич В.Л.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Берцун В.Н.

Томский государственный университет

E-mail: vlmihnevich@gmail.ru

Рассматривается краевая задача о нагреве многослойного ортотропного цилиндра в области Ω на сетке

$$\omega(N, M, L, T) = \left\{ (r_i, \varphi_j, z_k, t_n): r_i = r_0 + ih_r, \varphi_j = jh_\varphi, z_k = kh_z, t_n = n\tau, \right. \\ \left. h_r = \frac{r_n - r_0}{N}, h_\varphi = \frac{2\pi}{M}, h_z = \frac{z_{max}}{L}, \tau = \frac{t_{max}}{T} \right\}$$

Для решения используется неявная аддитивная трехслойная схема расщепления [1] первого порядка точности.

Расчетные формулы параллельного алгоритма основаны на использовании метода обычной прогонки по переменным r, z и циклической прогонки по переменной φ [2,3].

В докладе приводится анализ разностной схемы, результаты расчетов на кластере ТГУ СКИФ Cyberia. Проведена оценка ускорения и эффективности алгоритма с ростом размерности задачи и количества процессоров.

Литература

- 1 Самарский А.А., Николаев Е.С. Методы решения сеточных уравнений – М.: Наука, 1978.
- 2 Логанова Л. В., Головашкин Д.Л. Параллельный алгоритм реализации метода встречных циклических прогонок для двумерных сеточных областей. // Журнал "Вычислительные технологии", Т. 16, N 4./Новосибирск: , 2011 г., с. 64-71.
- 3 Головашкин Д. Л., Филатов М. В. Параллельные алгоритмы метода циклической прогонки. // Компьютерная оптика. 2005. №. 27, С. 123-130.
- 4 Старченко А.В., Берцун В.Н. Методы параллельных вычислений: - Томск: Из-во Том. ун-та 2013. – 232 с.

**Уменьшение количества ошибок в распознавании объектов
на изображениях, получаемых с помощью ТОФ-камер**

Монголин Александр Сергеевич

Научный руководитель: доцент, к.ф.м.н. Федорова О.П.

Томский государственный университет

E-mail: mangustalex11@gmail.com

В данной работе идёт ознакомление с ТОФ-камерами, принципами их измерений и дальнейшие исследования над получаемыми изображениями. В числе таких исследований улучшение изображений посредством применения различных фильтров и поиск оптимального алгоритма для наиболее успешного выделения объектов на обработанных изображениях. Помимо этого поднимается вопрос о сглаживании карты высот приближающей функцией.

Литература

- 1 A performance review of 3D TOF vision systems in comparison to stereo vision systems. - PMDTechnologies GmbH, 17 с.
- 2 В. Робэк Helicopter Flight Test of 3-D Imaging Flash LIDAR Technology for Safe, Autonomous, and Precise Planetary Landing / Робэк В., Буляшев А. - NASA, 20с.
- 3 М. Хансард (2012). Time of Flight Cameras: Principles, Methods, and Applications / Хансард М., Ли С., Чой, О., Хорад Р. - Springer, 91с.

Применение формулы Тейлора в вычислительной математике

Мусаев Т.О.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: temish95@mail.ru

В данной работе речь пойдет о формуле Тейлора, а именно об истории формулы, о получении для функций одной и нескольких переменных, о применении в приближенных вычислениях.

Цель работы: рассмотреть простейшие методы приближенных вычислений, где используется формула, а именно метод простых итераций и метод Ньютона для нелинейных уравнений и систем нелинейных уравнений.

Приведены примеры решения уравнений и системы уравнений, приближенные решения отличаются от точных решений на малую величину.

Литература

1 Меркулова Н.Н, Михайлов М.Д. Методы приближенных вычислений./- Томск: Издательский дом ТГУ, 2014.-764 с.

2 Вержбицкий В.М. Основы численных методов: Учебник для вузов./ - Высшая школа, 2009.- 840 с.

3 Юшкевич А.П. историко-математические исследования./ - Москва: Наука, 1980.- 380 с.

4 Змеев О.А., Терпугов А.Ф., Якупов Р.Т., Математический анализ. Часть: III Учебное пособие./ - Томск: Издательство НТЛ, 2007. – 152 с.

Управление в модели Ферхюльста

Е.В. Мыльникова

Научный руководитель: профессор, д-р техн. наук

С.И. Колесникова

ТУСУР

E-mail: ievghieniia.mylnikova@mail.ru

Модель Ферхюльста описывает процессы в прикладных областях: в физике, биологии, в экономике (модель роста выпуска продукции в условиях конкуренции) и т.д.

Дифференциальное уравнение модели Ферхюльста имеет вид:

$$\dot{x}_k = x_k * \lambda - \lambda * \alpha * x_k^2 \quad (1)$$

где x_k - переменная состояния, $x_k \in (0; 1.5)$, λ, α - параметры объекта $\lambda, \alpha = \text{const}$, $\lambda, \alpha \in \mathbb{R}$.

В ходе выполнения данной задачи были поставлены следующие задачи:

- построить СУ, асимптотически устойчиво выводящую объект на заданное многообразие вида: $\Psi(x(k), x^*(k))=0$, где $x^*(k)$ - заданное состояние, $\Psi(x(k), x^*(k))$ - известная функция;

- исследовать свойства СУ в области значений λ, α , где объект испытывает хаотическое поведение;

- исследовать качество управления в условиях нерасчетных (шум по параметру, отвечающему за степень хаотичности модели)

Система управления объектом (1), построенная согласно методу аналитического конструирования нелинейных агрегированных регуляторов [1], имеет вид (2):

$$\left\{ \begin{array}{l} \Psi_k = x_k - x^*; \\ \dot{x}_k = x_k * \lambda - \lambda * \alpha * x_k^2; \\ x_{k+1} = x_k + \Delta * (\dot{x}_k + u_k); \\ u_k = -\omega^{-1} * \Psi_k - \dot{x}_k, \quad \omega \in [0; 1]; \\ x^* = x^*(k); \\ u_0 = 0, x_0 = \text{const} \end{array} \right.$$

(2)

где Ψ_k - целевое многообразие, $|\omega| < 1$ - параметр управления.

Результаты работы могут быть актуальны в системах управления плохо формализуемыми динамическими объектами в различных предметных областях.

Литература

1 Колесников А.А. Синергетическая теория управления. Таганрог: ТРТУ, М.: Энергоатомиздат, 1994. 344с.

Построение адаптивных сеток в задаче об изменении концентрации ауксина

Осипов В.А.

Научный руководитель: ст. преподаватель Меркулова Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: Viktor456a@mail.ru

Использование адаптивных сеток при численном решении задач математической физики позволяет сгущать узлы в нужных областях и существенно повышать точность вычислений.

В настоящей работе рассматривается математическая модель изменения концентрации ауксина (гормона роста) на ранних стадиях развития растений [1]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D_u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + bu(1-u) - g_1 uv, \\ \frac{\partial v}{\partial t} = D_v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + d uv(1-v) - g_2 uv, \end{cases} \quad (1)$$

где $u = u(x, t)$, $v = v(x, t)$ ауксин и ингибитор. К (1) добавляются начальные $u(x, 0) = u_0(x)$, $v(x, 0) = v_0(x)$, $x \in [0, 10]$, $t \in [0, T]$, и граничные условия

$$\left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial u}{\partial x} \right|_{x=10} = 0, \quad \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=0} = \left. \frac{\partial v}{\partial x} \right|_{x=10} = 0. \quad (2)$$

Здесь b, g_1, D_v, D_u, d, g_2 – параметры модели. Требуется найти функции $u = u(x, t)$, $v = v(x, t)$ из пространства $C_2^1(G) \cap C(\bar{G})$, удовлетворяющие (1) - (2), с применением адаптивных сеток.

Исходная задача аппроксимируется неявной разностной схемой на адаптивной сетке, которая строится на основе вариационного принципа. Разностные уравнения решаются с использованием итерационного процесса с прогонкой на каждой итерации. В вычислительном эксперименте сравниваются результаты, полученные на равномерной сетке и на адаптивной. Адаптивная сетка управляется комбинацией параметров $\lambda_S, \lambda_V, \lambda_B$. Параметры $\lambda_S, \lambda_V, \lambda_B$ подбираются в ходе эксперимента.

Литература

1 Гельфанд Е. В. Математическое моделирование изменений концентраций ауксина на ранних этапах эмбриогенеза растений / Е. В. Гельфанд, О. В. Демин, Е. Э. Данилина // Биофизика. - 1999. - Т. 44, вып. 1. - С. 112-119.

Применение системы Mathematica в решении задач вычисления площадей, длин и объемов

Пчёлкина Д.Е.

Научный руководитель: доцент Зюзьков В.М.

Томский государственный университет

E-mail: pcholkina1993@mail.ru

Цель моей работы, научиться вычислять площади плоских фигур и поверхностей, длины кривых и объемы тел с помощью системы Mathematica [1]. Изучались два подхода для решения этой задачи.

1. Традиционное задание геометрических фигур с помощью уравнений 1) в декартовых координатах, 2) в полярных координатах, 3) параметрическое представление.

2. Новые возможности, предлагаемые Mathematica, когда внутренняя часть фигуры или тела описывается с помощью логических выражений. В этом случае при вычислении интегралов используется функция Boole системы Mathematica.

Исследование возможностей Mathematica показало:

1. Графические возможности системы Mathematica позволяют наглядно увидеть геометрический объект самого сложного вида, что облегчает понимание решаемой задачи.

2. В системе можно просто и легко вычислить площади, объемы, длины, используя традиционные методы.

3. Возможности Mathematica, связанные с использованием логических выражений при описании геометрических фигур значительно упрощают решение задачи по сравнению с традиционными математическими методами.

Литература

1 Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. – URL: <http://www.wolfram.com/mathematica>. (Дата обращения: 17.02.2015).

Об алгоритме решения задачи сверхзвукового невязкого обтекания затупленных тел

Помогаева С. В.

Научный руководитель: Гольдин В. Д.

Томский государственный университет

E-mail: lanapom92@gmail.com

Данная работа посвящена задаче сверхзвукового обтекания тел затупленной формы. Подобные задачи встречаются в баллистике, ракетостроении, метеорной физике, самолетостроении и т.п.

При сверхзвуковых скоростях обтекания область возмущенного течения газа сосредоточена между поверхностью тела и головной ударной волной - в области ударного слоя [1]. Целью исследования является расчет поля течения в ударном слое при наличии осевой симметрии.

Задача решается на основе уравнений Эйлера, граничными условиями для которых служат условие непротекания на поверхности тела, условия симметрии на оси течения и соотношения Ренкина-Гюгонио на поверхности головной ударной волны [2]. Система уравнений имеет переменный тип: эллиптический в дозвуковой, и гиперболический в сверхзвуковой области. Кроме того, положение ударной волны неизвестно и должно определяться в процессе решения.

Для решения задачи используется оригинальный вариант метода глобальных итераций [3]. При заданном положении ударной волны вычисляется решение системы дифференциальных уравнений, на основе которого уточняется толщина ударного слоя. Итерации повторяются до достижения заданной точности. Новизна метода состоит в выводе и решении интегро-дифференциального уравнения относительно отхода ударной волны. Уравнение имеет две особые точки: нулевую и точку, в которой скорость достигает скорости звука. Условие гладкости решения в окрестности последней является замыкающим для алгоритма.

Литература

- 1 Черный Г. Г. Течения газа в большой сверхзвуковой скоростью // М. : Физматгиз 1959. 220 с.
- 2 Лунев В.В. Течение реальных газов с большими скоростями // М.: Физматлит 2007. 759 с.
- 3 Davis R.T. Numerical solution of the hypersonic viscous shock layer equations//AIAA Journal. 1970. V.8.№5. P 843-851.

Исследование задачи о распаде разрыва над неровностями дна

Потоцкая А.А.

Научный руководитель: ст. преп. Михайлов М.Д.

Томский государственный университет

E-mail: bubuzyonok@yandex.ru

Задача о разрушении плотины описывается уравнениями мелкой воды [1], то есть предполагается, глубина слоя среды много меньше его продольного размера, поэтому вертикальной составляющей скорости можно пренебречь.

Рассматривается задача о течении над неровностями дна на промежутке $[0, L]$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{F}(\bar{u})}{\partial x} = \bar{S}.$$

С соответствующими начальными и граничными условиями:

$$\begin{cases} h(x, 0) = Hbx - Zb(x), \\ p(x, 0) = 0, \end{cases} \quad \begin{cases} \frac{\partial h(0,t)}{\partial x} = 0, & p(0, t) = 0.18, \\ h(L, t) = 0.33, & \frac{\partial p(L,t)}{\partial x} = 0, \end{cases}$$

где $\bar{u} = (h, p)^T$, $\bar{F}(\bar{u}) = \left(p, \frac{p^2}{h} + \frac{g}{2} h^2 \right)^T$, $\bar{S} = \left(0, -gh \frac{dZb(x)}{dx} \right)^T$, u - скорость воды, h - глубина, $p = hu$, $Zb(x)$ - форма, $L = 25\text{м}$ [3].

Решение задачи ищется численно с помощью схемы Лакса-Фридрихса первого порядка [4]. Полученные результаты качественно совпадают с результатами из [3]. Однако, в силу малого порядка точности используемой схемы физические экстремумы сглаживаются. Поэтому полное количественное совпадение не было получено.

Литература

- 1 Рождественский Б. Л. Системы квазилинейных уравнений и их приложения к газовой динамике / Б. Л. Рождественский, Н. Н. Яненко. - М.: Наука, 1978. - 688 с.
- 2 Булатов О.В. Регуляризованные уравнения мелкой воды и эффективный метод численного моделирования течений неглубоких водоемах //О.В. Булатов, Т.Г. Елизарова. - Журнал вычислительной математики и математической физики. - 2011. - Т. 51. - №. 1. - С. 170-184.
- 3 Чуруксаева В. В., Михайлов М. Д. Численное моделирование потока жидкости над рельефом дна //Вестник Томского государственного университета. Математика и механика. - 2014. - №. 1.
- 4 Toro E. F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics: a practical introduction. - Springer Science & Business Media, 2009.

Математическое моделирование сетевых графиков **Сайнакова И.С.**

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Берцун В.Н.

Томский государственный университет

E-mail: ira.saynakova@mail.ru

В середине 50-х годов прошлого столетия, в связи с усложнением управления и организации сложных технических и научных разработок, возникла необходимость новой системы, помогающей координировать данные процессы. Эта система получила название сетевое планирование и управление (СПУ).

Задача сетевого планирования состоит в том, чтобы графически, наглядно и системно отобразить и оптимизировать последовательность и взаимозависимость работ, действий или мероприятий, обеспечивающих своевременное и планомерное достижение конечных целей (строительство заводов, АЭС, газопроводов, автомагистралей и т.п.). Для отображения и алгоритмизации тех или иных действий или ситуаций используются экономико-математические модели, которые принято называть сетевыми моделями, простейшие из них - сетевые графики.

Создание сетевого графика сводится к построению и анализу ориентированного ациклического орграфа, одним из центральных понятий которого является критический путь.

В работе рассматривается анализ сетевого графика ремонтных работ комнаты. Проведен анализ на ацикличность и расчет сетевого графика. Найден критический путь, резервы и коэффициенты напряженности путей.

Литература

- 1 М.А.Тынкевич Экономико-математические методы (исследование операций).2011.
- 2 Г. Дебазей, А. Кофман. Сетевые методы планирования и их применение. М. 1968.
- 3 С.Н. Зуховицкий, И.А. Радчин. Математические методы сетевого планирования. 1965.

Решение обратной одномерной задачи электроимпедансной томографии с помощью нейронных сетей

Семёнов Е.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: semyonov@math.tsu.ru

Искусственные нейронные сети способны обобщать входные данные и устанавливать закономерности между ними, если они существуют. Для решения обратной задачи электроимпедансной томографии [1] в одномерном случае использовалась двухслойная нейронная сеть с линейными функциями активации нейронов обоих слоёв. Вид функции активации определялся из факта линейной зависимости решения прямой задачи, которым является разность потенциалов на краях области, от заранее известных величин проводимостей области, а также местоположения границ примыкания разных подобластей.

Обучение искусственной нейронной сети было реализовано с помощью правила обратного распространения ошибки [2]. Основная идея этого правила состоит в следующем: сеть обрабатывает входные данные и вычисляет ошибку на выходе, далее величина этой ошибки проходит путь обратно, от выхода сети к входу, учитывая вес межнейронных связей. В итоге каждый нейрон каждого слоя искусственной нейронной сети корректируется в зависимости от величины ошибки, накопленной только им.

Для такой нейронной сети достаточно было задать обучающую выборку размером не менее двух пар параметров. Причем пары составлялись по правилу: на вход сети подавалась полученная разность потенциалов, а на выходе ожидалось значение размера подобласти, имеющей проводимость, отличную от проводимости всей области. Для того чтобы получить на выходе сети картину проводимостей в каждой точке области, недостаточно подавать на вход сети только разность потенциалов.

Работа выполнена по Государственному Заданию Министерства образования и науки РФ, №5.628.2014/К.

Литература

- 1 Пеккер Я.С. Электроимпедансная томография. Томск: Изд-во НТЛ, 2004. 298 с.
- 2 М. Тим Джонс Программирование искусственного интеллекта в приложениях; Пер. с англ. Осипов А. И. - М.: ДМК Пресс, 2004. 312 с: ил.

Полиномы Чебышёва и Лагерра Шилин Е.А.

Научный руководитель: ст. преподаватель, Меркулова Н.Н.
Томский государственный университет
E-mail: Zig_grane@vtomske.ru

В данной работе рассматриваются полиномы Чебышёва и Лагерра[1], играющие важную роль в оптимизации вычислений. В работе представлены биографии ученых. Показан вывод полиномов Чебышёва первого рода и их применение в разложении функции $f(x) = x^3$ в ряд Фурье-Чебышёва.

На основе многочленов Лагерра проведено разложение степенной функции в ряд Фурье-Лагерра.

Поведение многочленов Чебышёва и Лагерра показано на графиках.

Литература

1 Тихонов А.Н. Уравнения математической физики: Учеб. пособие для вузов./ А.Н. Тихонов, А.А. Самарский. - М.: Наука, 1972.-742 с.

Индекс обледенения для условий Томска

Ситников Г.И., Терентьева М.В.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: sgi93@mail.ru

Одной из задач сопровождения полетов, является проблема прогноза зон возможного обледенения воздушных судов. Существуют различные подходы к решению данной задачи.

В работе представлены результаты расчетов по методике, используемой в модели HIRLAM [1]. Суть метода заключается в расчете индекса обледенения, который показывает уровень опасности обледенения. Расчет проводится на основании значений температуры, облачной влаги и вертикальной составляющей ветра. В качестве модели для получения прогностических данных, используется мезомасштабная метеорологическая модель TSU-NM3 [2].

Для сравнения используются данные, полученные с помощью методики Годске. Метод основан на расчете температуры насыщения над льдом.

Оперативной службой аэропорта г. Томск Богашево ($56^{\circ}23'18''$ с.ш., $85^{\circ}12'34''$ в.д.) фиксируются даты, в которые было установлено обледенение самолетов в районе аэропорта. Для некоторых исторических дат (5.10.2012, 8.10.2012, 20.10.2012) были выполнены расчеты возможных зон обледенения летательных аппаратов в атмосферном пограничном слое. Проведено качественное сравнение результатов вычислительного эксперимента на основе индекса обледенения и метода Годске [3].

Работа выполнена по Государственному Заданию министерства образования и науки РФ, № 5.628.2014/К.

Литература

1 Bernt Olofsson, Esbjorn Olofsson A new algorithm to estimate aircraft icing in the HIRLAM model //Meteorol. Appl. 10, 111-114 (2003)

2 Старченко А.В. Численное исследование локальных атмосферных процессов // Вычислительные технологии. 2005, №10. С. 81-89.

3 Шакина Н.П., Скриптунова Е.Н., Иванова А.Р., Горлач И.А. Метод прогноза зон возможного обледенения воздушных судов. Методический кабинет Гидрометцентра России.

Параметризация тепло- и влагообмена на поверхности земли и в почве для одномерной модели атмосферного пограничного слоя

Терентьева М.В. Ситников Г.И.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Старченко А.В.

Томский государственный университет

E-mail: mariya-terenteva@mail.ru

Для достоверного моделирования состояния атмосферы важную роль играют процессы, протекающие на подстилающей поверхности и в деятельном слое суши, оказывающие существенное влияние на термический режим и влагообмен в нижней тропосфере. Деятельный слой почвы играет ключевую роль как резервуар влаги, контролирующей, в частности, испарение.

Произведена модификация имеющейся одномерной микромасштабной метеорологической модели высокого разрешения [1] путем включения схемы параметризации ISBA (Interaction Soil Biosphere Atmosphere), разработанной J. Noilhan и S. Planton [2]. Эта схема описывает обмен тепла и воды между нижним уровнем атмосферы, растительностью и почвой. Так как схема ISBA была разработана для метеорологических моделей, это относительно простая схема, но она охватывает наиболее важные компоненты процессов, происходящих на поверхности земли.

Схема включает в себя пять прогностических уравнений для температуры почвы на глубине, T_2 , содержания воды в почве на глубине, w_2 , температуры на поверхности почвы/растительности, T_s , содержания воды на поверхности почвы, w_g , и перехвата воды, задержавшейся на поверхности растительности, W_r .

Представлены первые результаты по прогнозу изменения температуры и влажности почвы в течении суток для реальных условий.

Работа выполнена по Государственному Заданию Министерства образования и науки РФ, №5.628.2014/К.

Литература

- 1 Mariya V. Terenteva, Homogeneous boundary layer model for forecasting of atmospheric processes nearby airport / Grigory I. Sitnikov, Alexander V. Starchenko // Proc. SPIE 9292, 20th International Symposium on Atmospheric and Ocean Optics: Atmospheric Physics, 92924E (November 25, 2014); doi:10.1117/12.2075248
- 2 J. Noilhan, The ISBA land surface parameterisation scheme/ J.-F. Mahfouf // Global and Planetary Change, 13 (1996), pp. 145-159.

Поиск чисел, являющихся одновременно псевдопростыми Ферма по основанию 2 и псевдопростыми Фибоначчи

Тиней Р.И., Зюзьков В.М.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Зюзьков В.М

Томский государственный университет

E-mail: yuudai.fair@gmail.com

Для простых чисел n справедлива малая теорема Ферма:

для любого a имеем $a^n \equiv a \pmod{n}$. (1)

Составные числа n , для которых выполнено (1) называются псевдопростыми числами Ферма по основанию a . Известно, что псевдопростых чисел по любому основанию бесконечно много, поэтому соотношение (1) не может служить тестом на простоту.

Последовательность чисел Фибоначчи f_n обладает следующим свойством [1, стр. 166].

Теорема. Если n - простое число вида $n \equiv \mp 2 \pmod{5}$, то

$$f_{n-1} \equiv 0 \pmod{n}. \quad (2)$$

Составные числа $n \equiv \mp 2 \pmod{5}$, для которых выполнено (2) называются псевдопростыми числами Фибоначчи. Отношение (2) также не может служить тестом на простоту, так как псевдопростых чисел возможно бесконечно много. Но не исключено, что одновременное выполнение (1) и (2) является тестом на простоту для чисел $n \equiv \mp 2 \pmod{5}$. Эта проблема открыта, и для ее решения даже обещан денежный приз [1, стр. 194].

Данная работа посвящена поиску составных чисел, которые одновременно удовлетворяют соотношению (1) по основанию 2 и соотношению (2).

Вычисления проводились в системе Mathematica на Вычислительном кластере СКИФ Cyberia. Было потрачено в общей сложности 12411.55577 секунды или ~ 3.44 часа компьютерного времени.

Результат работы: среди чисел меньших 10^{10} не существует чисел, удовлетворяющим одновременно (1) и (2).

Литература

- 1 Крэдалл Р., Померанс К. Простые числа: Криптографические и вычислительные аспекты. – М.: УРСС: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2011. – 664 с.
- 2 Wolfram Mathematica [Электронный ресурс]. –URL: <http://www.wolfram.com/mathematica>

Исследование модели типа "реакция-диффузия" с использованием явной схемы и схемы

Кранка-Николсон

Уколов Р.Ю.

Научный руководитель: ст. преп. Меркулова Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: roman_ukolov@bk.ru

Морфогенез представляет собой одну из наиболее непростых для моделирования задач биологии [1]. Моделирование осуществляется, как правило, в одномерной или двумерной постановке

Исследуем модель типа «реакция-диффузия», которая записывается как система дифференциальных уравнений в частных производных параболического типа [2]:

$$\begin{cases} \frac{\partial u}{\partial t} = D_u \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f_1(u, v); \\ \frac{\partial v}{\partial t} = D_v \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + f_2(u, v); \end{cases} \quad \text{где} \quad \begin{cases} f_1(u, v) = a + u^2 v - (b+1)u; \\ f_2(u, v) = bu - u^2 v. \end{cases}$$

Задаются начальные условия: $u(x, 0) = u_0, v(x, 0) = v_0$

и граничные условия: $\frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \frac{\partial u}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0; \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=0} = 0; \frac{\partial v}{\partial x} \Big|_{x=l} = 0.$

Требуется в области $\bar{D} = \{(x, t) | 0 \leq x \leq l, 0 \leq t \leq T\}$ найти $u(x, t), v(x, t) \in C_2^1(D) \cap C_1(\bar{D})$.

Численное решение получаем по явной схеме и схеме Кранка-Николсон [3], сравнивая результаты между собой.

Литература

- 1 Математическое моделирование морфогенеза растений / Лазарева Г. Г., Миронова В. В., Омелянчук Н. А., Шваб И. В., Вшивков В. А., Горпинченко Д. Н., Николаев С. В., Колчанов Н. А. // Сиб. журн. вычисл. Математики. – 2008. – Т. 11, №2. – С. 151-166.
- 2 О диссипативных структурах в одной модели химической реакции с диффузией/ М. С. Полякова // Вестник московского университета. – 1974. – №6. – С. 643-648.
- 3 Рихтмайер Р., Мортон К. Разностные методы решения краевых задач. - М.: Мир, 1972.- 420с.

Простейшая математическая модель эпидемии

Ямин А.В.

Научный руководитель: ст. преподаватель, Меркулова Н.Н.

Томский государственный университет

E-mail: sashok_yamin777@mail.ru

Цель данной работы - использование математических методов в медицине. К настоящему времени разработано несколько видов математических моделей в медицине.

В данной работе рассматривается простейшая модель эпидемии, в которой участвует один заболевший индивидуум и n восприимчивых индивидуумов к инфекции. Не происходит удаления заболевших и считается, что нет умерших.

Процесс описывается обыкновенным дифференциальным уравнением первого порядка, для которого ставится задача Коши. В работе получено аналитическое решение поставленной задачи и исследован характер изменения числа заболевших и числа восприимчивых индивидуумов. Результаты соответствуют рассматриваемому процессу эпидемии.

Литература

1 Бейли Н. Математика в биологии и медицине: пер. с англ. Е.Г. Коваленко./ - Мир: 1970.-327 с.

О некоторых свойствах мартингала с дискретным временем

Анпилогова К.А.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н.

Пергаменщиков С.М.

Томский государственный университет

E-mail: kseniya.anpilogova1994@gmail.com

В настоящее время наблюдается бурное развитие методов стохастического анализа в математической теории финансов. Одной из практических задач финансовой математики является задача управления портфелем корпоративных ценных бумаг. Толчком её развития послужила теория мартингалов.

Пусть (Ω, \mathcal{F}, P) -вероятностное пространство, $\mathcal{F}_1 \subseteq \mathcal{F}_2 \subseteq \dots \subseteq \mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$ - неубывающее семейство σ – подалгебр \mathcal{F} .

Стохастическая последовательность $X=(X_n, \mathcal{F}_n)$ называется мартингалом (субмартингалом), если для всех $n \geq 0$, $M|X_n| < \infty$, $M(X_{n+1} | \mathcal{F}_n) \stackrel{=}{\geq} X_n$ (P-п. н.).

Пример:

Пусть ξ_1, ξ_2, \dots -независимые случайные величины, причем $P\{\xi_i=0\}=P\{\xi_i=2\}=1/2$. Последовательность $\eta_n = \prod_{i=1}^n \xi_i$ образует мартингал

Лемма о числе пересечений:

Пусть $X=(X_n, \mathcal{F}_n)_{n \geq 1}$ -субмартингал. Тогда для любого $n \geq 1$

$$M\beta_n(a,b) \leq \frac{M|X_n - a|^+}{b-a} \leq \frac{Mx_n^+ + |a|}{b-a}. \quad (2)$$

Теорема о сходимости для субмартингала:

Пусть $X=(x_n, \mathcal{F}_n)$, $n < \infty$, -субмартингал такой, что $\sup_n Mx_n^+ < \infty$. Тогда с вероятностью единица существует предел $\lim_{n \rightarrow \infty} x_n = x_\infty$ и $M|x_\infty| < \infty$. (1)

Изучение мартингальных методов в дискретном времени применимо к задачам расчета стоимости опционов и построения хеджирующих стратегий для финансовых рынков.

Литература:

1 Ширяев А.Н. Вероятность. Учебное пособие для вузов по специальностям "Математика", "Прикладная математика", "Физика" / Ширяев А.Н. - М. Наука. Физматлит, 1989. – 640с.

2 Ширяев А.Н. Статистика случайных процессов. Нелинейная фильтрация и смежные вопросы / А.Н. Ширяев, Р.Ш. Липцер. - М. Наука, 1974. – 696 с.

Стохастическое моделирование процессов эпидемии

Безменникова Ю. Ю.

Научный руководитель: ст. преподаватель Емельянова Т. В.

Томский государственный университет

E-mail: Lapushka3@mail.ru

В настоящее время проблема сохранения и укрепления здоровья населения является актуальной. В решении этой задачи ключевыми аспектами являются предупредительные меры защиты иммунитета человека. Прогнозирование динамики распространения какого-либо заболевания является значимой частью профилактики заболеваний, позволяющей разработать и применить меры противодействия.

Ежедневное количество заболевших – случайная величина. Существуют различные подходы к моделированию распределения эпидемий. В настоящей работе методом наименьших квадратов и методом наименьших модулей был выделен тренд временного ряда, описывающего число заболевших гриппом и острых респираторных вирусных инфекций, по данным Первомайской районной больницы. А так же подобрана наилучшая из линейных моделей для данного временного ряда. Ею оказалась ARMA(2,0) модель, имеющая вид $X_t = \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \varepsilon_t$.

Так же проведено статистическое моделирование числа заболевших в зависимости: 1) от времени; 2) от температуры с временным лагом $\Delta t = 1$ и $\Delta t = 2$; 3) от количества заболевших на предыдущем этапе.

Исследование направлено на разработку методов и моделей, позволяющих получать прогноз развития эпидемий и оценку эффективности различных мер противодействия их развитию с приемлемой для решения практических задач точностью.

Литература.

1 Канторович Г. Г. Лекционные и методические материалы. Анализ временных рядов. Экономический журнал ВШЭ, №1, 2002. – 85 с.

2 Паниюков А. В., Тырсин А. Н., Взаимосвязь взвешенного и обобщенного вариантов метода наименьших модулей, Известия Челябинского научного центра, вып. 1 (35), 2007.

3 Кондратьев М. А. Разработка модели распространения инфекционных заболеваний на основе агентного подхода [Электронный ресурс]: Бесплатная библиотека авторефератов и докторских диссертаций., 2013. - URL: <http://netess.ru/3informatika/288479-1-razrabotka-modeli-rasprostraneniya-infekcionnih-zabolevaniy-osnove-agentnogo-podhoda.php>. (Дата обращения: 18.01.2014).

4 Ивченко Г. И. Математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. - М.: Высш. шк., 1984. - 248 с.

Применение ИНС для моделирования когнитивной регуляции эмоций

Бондаренко И.А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: star_irish@bk.ru

Интеллектуальный анализ данных с применением искусственных нейронных сетей (ИНС) в последние десятилетия находит все более широкое применение в задачах идентификации, прогнозирования, классификации данных и т.д. Аппарат ИНС основан на принципах когнитивной науки и может использоваться в практической психологии. Однако широкого распространения в задачах обработки психодиагностических данных ИНС пока не получили. Главная причина этого – неопределенность в процессе их обучения и сложность в интерпретации полученных результатов[1].

Предметом данного исследования являются математические ИНС и их возможные приложения к обработке психодиагностических данных и моделированию процессов когнитивной регуляции эмоций в образовательной деятельности. С содержательной точки зрения из проведенного анализа состояния исследований в области нейросетевого моделирования следует, что поскольку результаты психодиагностики чаще всего бывают неполными и во многих случаях интерпретировать их приходится при большом числе исходных психологических признаков и недостаточном для полноценного статистического анализа числе респондентов, то предлагается использовать для анализа психодиагностических данных аппарат ИНС, позволяющий работать с ограниченной, неполной выборкой данных любой размерности [2-4].

Литература

- 1 Веденов А.А. Моделирование элементов мышления. М.: Наука, 1988.
- 2 Виноградова О.С. Нейронаука конца второго тысячелетия: смена парадигм // Журнал высш. нервн. деятел. 2000. Т. 50. С. 743–774.
- 3 Дунин-Барковский В.Л., Терехин А.Т. Нейронные сети и нейрокомпьютеры: тенденции развития исследований и разработок // Микропроцессорные средства и системы. 1990. N 2. С.12-14.
- 4 Розенблат Ф. Принципы нейродинамики. Перцептроны и теория механизмов мозга. М.: Мир, 1965.

Статистическая оценка влияния стоимости энергоресурсов на курс национальной валюты (на примере казахстанского тенге)

Чернушенко К.А.

Научный руководитель: старший преподаватель,

Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: k.chernushenko@gmail.com

В последнее время на валютном рынке преобладает «хаос». Люди не знают, в какой валюте хранить деньги. Поэтому важно суметь понять, какие факторы влияют на курс валюты, чтобы иметь возможность спрогнозировать границы его колебаний. В работе были исследованы экономические факторы, влияющие на курс казахского тенге. Наиболее значимыми из них оказались стоимость нефти на мировом рынке и курс российской валюты. Исследование проводилось с помощью вероятностно-статистических методов, таких как метод ранговой корреляции Спирмена и t-критерия Стьюдента для выявления связи между выборками. Для этого понадобилось подтверждение гипотезы о нормальности исходных данных с помощью критерия хи-квадрат, теста Жака-Бера и теста Шапиро-Уилка.

Литература

- 1 D'Agostino R. B., Pearson E. S. A further development of test departure from normality. — *Biometrika*, 1973, 60, №3. - p. 622.
- 2 Shapiro S. S., Wilk M. B. An analysis of variance test for normality. — *Biometrika*, 1965, 52, №3. - p. 611.
- 3 Кобзарь А. И. Прикладная математическая статистика. — М.: Физматлит, 2006. — 238 с.
- 4 FAQ по расчету t-критерия Стьюдента [Электронный ресурс]: - URL: <http://www.psychol-ok.ru/psyforum/index.php?s=15fbe4accf2229c0409917a65b4b0647&showtopic=481&st=0&p=3040&#entry3040> (Дата обращения: 2.03.2015).
- 5 t-критерий Стьюдента [Электронный ресурс]: - URL: <http://www.psychol-ok.ru/statistics/student/> (Дата обращения: 1.03.2015).
- 6 Ранговая корреляция Спирмена [Электронный ресурс]: - URL: <http://www.psychol-ok.ru/statistics/spearman> (Дата обращения: 25.02.2015).

Исследование обнаружения момента разладки процесса авторегрессии первого порядка

Дьяченко Ю.В.

Научный руководитель: ст. преподаватель Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: YuliaDyatchenko1994@mail.ru

Данная работа посвящена анализу момента разладки временного ряда, моделируемого процессом авторегрессии первого порядка. Существуют различные способы обнаружения разладки. Исследуются изменения свойств процесса с помощью критерия отношения правдоподобия и последовательного метода. Для оценивания параметров авторегрессии предлагаются последовательные оценки по методу наименьших квадратов. А для процедуры обнаружения разладки воспользуемся следующими формулами:

$$\tau_0(H) = 0$$

$$\tau_i(H) = \inf\{k \geq \sigma_i(H) : \sum_{t=\sigma_i(H)}^k r(t, x) \geq H\}, i \geq 1$$

$$\sigma_i(H) = \begin{cases} 0, & \text{если } i = 1 \\ \tau_{i-1}(H) + 1, & \text{если } i \geq 2 \end{cases}$$

и решение о разладке примем тогда, когда статистика $Y_i(H)$, которая претерпевает скачок после разладки, будет больше заданного порога δ ($|\delta| < 1$).

Имитационное моделирование осуществляется в среде R и на языке C++ в среде Visual Studio. Производится сравнение методов, приводятся соответствующие результаты.

Литература

1 Конев. Последовательные оценки параметров стохастических динамических систем. -Томск : Издательство Томского университета , 1985г. -267с.

Бутстреп методы и их приложения

Филимонова Ю.О.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: ylya2911@mail.ru

В последние годы в связи с появлением мощных компьютеров получили бурное развитие новые статистические методы под общим названием ресемплинг. Методы ресемплинга включают три основных подхода, отличающихся по технике, но близкие по сути: метод "складного ножа", метод "рандомизации", метод "бутстреп".

[1]

Впервые Эфрон предложил взять конечную совокупность элементов исходной выборки и с помощью датчика случайных чисел сформировать из нее любое число размноженных выборок. [2] Бутстреп метод необходим, чтобы оценить степень устойчивости или неопределенности оценок относительно наблюдаемых данных. В работе подробно рассматриваются параметрический, непараметрический, модифицированный бутстреп методы. Модифицированный бутстреп используется в случае, когда классические бутстреп методы, предполагающие независимость и однородность первоначальных данных, неприменимы. Например, к таким данным, как данные в области нефти. [3] В работе приведен пример, где требуется оценить среднее видовое богатство макрозообентоса в одной пробе из р. Байтуган в среде Resampling Procedures.

Литература

- 1 Шитиков В. К., Розенберг Г. С. Рандомизация и бутстреп: статистический анализ в биологии и экологии с использованием R. -Тольятти: "Кассандра", 2013. - 305 с.
- 2 Jochen V. A., Holditch S. A. & Associates, Spivey J. P. Probabilistic Reserves Estimation Using Decline Curve Analysis with the Bootstrap Method. Society of Petroleum Engineers, 1996, - P. 1-8.
- 3 Cheng Y., Wang Y., McVay D. A., Lee W. J. Practical Application of a Probabilistic Approach to Estimate Reserves Using Production Decline Data. Society of Petroleum Engineers, 2005, - P. 1-13.

Оценивание параметров непрерывной авторегрессии с использованием усеченной процедуры

Иванюк Ю.В.¹, Емельянова Т.В.²

Научный руководитель: Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: yuliya.ivanyuk.90@mail.ru¹, tv_em@mail.ru².

В прикладных задачах широко используются регрессионные модели с дискретным и непрерывным временем.

Параметры данных моделей зачастую являются неизвестными, поэтому одной из основных задач является их идентификация. Для решения этой задачи разработаны различные эффективные методы [1]. Однако, в случае неасимптотической постановки, требуются методы, позволяющие контролировать точность оценок при малых и умеренных объемах данных. Одним из подходов к решению таких задач в неасимптотической постановке является подход с позиции последовательного анализа. [2, 3].

Цель данной работы - предложить усеченную последовательную процедуру оценивания параметров непрерывной устойчивой авторегрессии порядка p , позволяющей контролировать среднеквадратическую точность оценивания.

Исследованы теоретические свойства предложенной процедуры. Получена асимптотическая формула средней длительности процедуры. Для подтверждения теоретических результатов проведено имитационное моделирование методом Монте-Карло.

Литература

1 Ивченко Г. И. Математическая статистика: Учеб. пособие для вузов. / Г. И. Ивченко, Ю. И. Медведев. - М.: Высш.шк., 1984. - 248 с.

2 Емельянова Т.В., Конев В.В. О последовательном оценивании параметров непрерывной авторегрессии // Вестник томского государственного университета. 2013. №5(25), с 12-25.

3 Konev V.V. and Pergamenschicov S.M., Truncated sequential estimation of the parameters in a random regression // Sequential analysis, 9 (1) , 19-41 (1990)

Оценивание параметра модели авторегрессии первого порядка с дискретным временем

Иващенко А.О.

Научный руководитель: старший преподаватель

Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: anuta_i@bk.ru

В задачах обработки временных рядов широко используются авторегрессионные модели, описывающие стационарные случайные процессы. Чаще всего требуется идентифицировать параметры таких моделей непосредственным оцениванием.

Асимптотические методы идентификации позволяют находить оценки параметров при неограниченном увеличении объема наблюдений. В то же время, последовательный метод оценивания позволяет получить оценки с гарантированным качеством в среднеквадратическом смысле за конечное время. Время оценивания при этом определяется правилом остановки, построенным по наблюдаемому процессу.

В работе проводится сравнение последовательного и байесовского подхода к оцениванию параметра модели устойчивой авторегрессии первого порядка (AR(1)):

$$X_i = \beta X_{i-1} + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots,$$

где $X_0 = 0$, ε_i – независимые одинаково распределенные случайные величины с нулевым математическим ожиданием и конечной дисперсией, $|\beta| < 1$.

Для определения риска вводится функция потерь, являющаяся мерой расхождения между истинным значением параметра и его оценкой[1]. Функция риска определяется как математическое ожидание функции потерь.

Численным моделированием продемонстрировано, что использование последовательного оценивания параметра β эффективно минимизирует риск функции потерь, что является подтверждением эффективности последовательного оценивания для параметров модели авторегрессии первого порядка.

Литература

1 Sriram T. Sequential Estimation for Time Series Models / T.N.Sriram, R.Iaci // Sequential Analysis: Design Methods and Applications. – 2014. – V. 33. - P. 136-157.

Статистическое моделирование формирования курса валют (на примере китайского юаня и корейского вона)

Конищева А. А.

Научный руководитель: старший преподаватель

Емельянова Т. В.

Томский государственный университет

E-mail: koniantonina@yandex.ru

Моделирование колебаний обменных курсов валют привлекало внимание многих ученых, как математиков, так и экономистов. Впервые в 1900 г. Л. Башелье в своей диссертации рассматривал цену как случайный процесс $S_t = S_0 + \sum_{i=1}^t \xi_i$, (1)

где S_t - цена в момент времени t ; S_0 - цена в начальный момент времени $t=0$; ξ_i - независимые одинаково распределенные случайные величины. Чуть позже в 1953 г. М. Кендалл в своей работе приходит к выводу, что независимые величины $\xi_i = \ln S_i - \ln S_{i-1}$ есть приращения логарифмов цен, а не самих цен. Таким образом, в его модели цена - величина неотрицательная, и $S_t = S_0 \exp(\sum_{i=1}^t \xi_i)$. Данный подход получил дальнейшее развитие в работе П. Самуэльсона, где он вводит процесс S_t геометрического броуновского движения, предполагая, что величина $\ln S_t - \ln S_0$ - это обобщенный броуновский процесс с ненулевым параметром сноса.

В данной работе обменный курс рассматривается как случайный процесс вида $S_t = A_t + s_t$, (2)

где A_t - низкочастотный детерминированный тренд, s_t - высокочастотная стационарная случайная компонента.

На реальных данных статистическими методами были исследованы зависимости курсов китайского юаня и корейского вона от курсов доллара, евро и рубля. Методом наименьших квадратов выделен детерминированный тренд.

Литература

- 1 Кулешов Е. Л. Статистическая модель процесса формирования курса валют. // Автометрия. - 2013, №1, с. 50-59.
- 2 Линник Ю. В. Метод наименьших квадратов. - М.: Физматгиз, 1962. - 349 с.
- 3 Kendall M. G. The analysis of economic time-series. Pt. 1: Prises // Journ. Royal Statist. Soc. 1953. 116, N 1. P. 11-25.
- 4 Samuelson P. A. Rational theory of warrant pricing // Industr. Manag. Rev. 1965. 6, N 2. P. 13-31.

Статистическая обработка данных по организации лекарственного обеспечения льготных категорий населения г. Томска и Томской области

Кошкенбаева Г.А.

Научный руководитель: старший преп. Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: Gul92shat@mail.ru

Состояние здоровья населения в современной России представляет собой одну из наиболее острых социальных проблем. Государственная система льготного лекарственного обеспечения населения выполняет важные социальные функции, снижает существующие социальные риски: снабжая целевые группы необходимыми медикаментами, поддерживает их здоровье, препятствует снижению уровня жизни и попаданию в бедные слои населения.

В работе проводятся сравнительный статистический анализ льготного лекарственного обеспечения различных категорий населения г. Томска и Томской области. Исследованы такие важные показатели как время задержки требуемого лекарственного препарата и ежедневный расход на обеспечение лекарственных потребностей. Для этих показателей осуществлялся подбор оптимальной линейной модели с использованием пакета Matlabe. Наилучшими моделями оказались ARMA- модели вида:

$$\text{ARMA}(p, q) = \sum_{i=1}^p \alpha_i Y_{i-p} + \varepsilon_t + \sum_{j=1}^q \beta_j \varepsilon_{t-j},$$

при $p=0$ и $q=1$.

Обработаны анкетные данные клиентов Губернской аптеки №1, обслуживающей посетителей пользующихся как федеральными, так и региональными льготами. На основании обработки предоставленных данных сделаны выводы об уровне удовлетворенности респондентов.

Результаты работы могут быть использованы для улучшения обслуживания посетителей, пользующихся федеральными и региональными льготами, а так же для прогнозирования бюджетных затрат на льготное лекарственное обеспечение.

Литература

- 1 Бокс Дж, Дженкинс. Г. Анализ временных рядов прогнозов и управления. - М.: Изд-во Наука главная редакция физико-математической литературы, г. Москва.
- 2 Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов.-М.:Мир,176.-757с

Стохастические методы логистики и управления запасами

Козырев А.С.

Научный руководитель: доцент, к.д.ф.-м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: courier@sibmail.com

Логистика как новое научное направление получила развитие в нашей стране в последние десять лет. Наиболее актуальной проблемой на современном этапе развития является формирование моделей и методов управления логистическими процессами [1].

В настоящей работе рассматривается одна из логистических задач, которая включает в себя управление транспортными потоками от поставщиков к потребителям, с учетом стоимости перевозки товаров, так называемая «транспортная задача». Разрабатывается математическая модель управления запасами в динамической открытой транспортной задаче со случайным спросом.

Для моделирования спроса в задаче используются стохастические временные ряды типа $ARMA(p, q)$, где p – порядок авторегрессии, q – порядок скользящего среднего, т.е. $Y_t = \alpha_1 Y_{t-1} + \dots + \alpha_p Y_{t-p} + \varepsilon_t + \beta_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + \beta_q \varepsilon_{t-q}$, где ε_t – некоторый шум, а $\alpha_1, \dots, \alpha_p$ и β_1, \dots, β_q – действительные числа, авторегрессионные коэффициенты и коэффициенты скользящего среднего, соответственно [2]. В работе, на основе статистических данных, из этого класса моделей выбрана наиболее адекватная и оптимальная модель для описания и прогнозирования динамики спроса. Численная оптимизация параметров модели и решение задачи проводится в среде Matlab [3].

Литература

- 1 Логистика: Учебное пособие / Под ред. Б. А. Аникина. - М.: ИНФРА-М, 1999.- 327 с.
- 2 Канторович Г.Г. Анализ временных рядов // Экономический журнал ВШЭ-2002.- № 1 – С. 85-116.
- 3 Юдин Д.Б. Задачи и методы стохастического программирования. –М.: «Сов. Радио», 1979. -385с.

Оптимальные методы идентификации непараметрических моделей

Лысикова А.С.

Научный руководитель: ст. преподаватель Емельянова Т.В.,

Томский государственный университет

E-mail: asya_lysikova@mail.ru

В теоритических и прикладных задачах широко используются модели, описываемые стохастическими дифференциальными уравнениями, в том числе и уравнениями вида: $dY_t = S(t)dt + d\xi_t$, $E\xi_0 = 0$, (1) где $S(t)$ - неизвестная детерминированная функция из соболевского шара, подлежащая оцениванию, а "шум" ξ_t - является семимартингалом.

Рассмотрим задачу оценивания функции $S(t)$, если "шумы" в модели (1) являются зависимыми, и описываются стохастическим дифференциальным уравнением $d\xi_t = \varsigma_1\omega_t + \varsigma_2z_t$, где $(\omega_t)_{\{t \geq 0\}}$ - винеровский процесс, а $z_t = \sum_{j=1}^{N_t} Y_j$ - составной пуассоновский процесс, $(N_t)_{\{t \geq 0\}}$ - стандартный однородный пуассоновский процесс с $\lambda > 0$ и $(Y_j)_{j \geq 1}$ - последовательность независимых одинаково распределенных случайных величин с $EY_j = 0$,

$EY_j^2 = 1$ и $EY_j^4 < \infty$ [1] и ς_1, ς_2 - неизвестные действительные параметры.

В работе предлагается метод оценивания функции $S(t)$, состоящий в разложении функции по вейвлет-базису [3] и дальнейшей оценки коэффициентов в этом разложении.

Литература

1 Konev V., Pergamenschikov S. Efficient robust nonparametric estimation in a semimartingale regression model. - Annales de l'Institut Henri Poincaré - Probabilités et Statistiques, 2012. - Vol. 48, No. 4, 1217–1244

2 Hoffmann M., Munk A., Schmidt-Hieber J. Adaptive wavelet estimation of the diffusion coefficient under additive error measurements. - Annales de l'Institut Henri Poincaré - Probabilités et Statistiques, 2012. - Vol. 48, No. 4, 1186–1216 c.

3 Астафьева Н.М. Вейвлет анализ: основы теории и примеры. – Успехи физических наук., 1996, Т. 166 №.- 1145-1170 с.

Оценивание функции регрессии в непрерывном времени

Перелевский С.С.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: slavaperelevskiy@mail.ru

Регрессионные модели повсеместно встречаются при решении задач анализа и обработки статистических данных. В последнее время большое внимание уделяется исследованию непараметрических регрессионных моделей в непрерывном времени на основе наблюдений, подверженных воздействию неконтролируемых помех, имеющих достаточно сложную структуру [1].

Цель данной работы – изучить современные статистические методы и подходы оценивания неизвестных функций в непрерывных регрессионных моделях, помехи в которых могут быть описаны семимартингалами [2]. Особое внимание уделяется методам построения робастных адаптивных процедур выбора моделей на основе общих проекционных оценок, доказательству неасимптотических оракульных неравенств для робастных рисков, определяемых по широкому классу априорных распределений помех, и изучению асимптотических свойств оценок неизвестной функции регрессии [3, 4].

Литература

- 1 Ибрагимов И.А., Хасьминский Р.З. Асимптотическая теория оценивания.- М.: Мир.- 1979.
- 2 Липцер Р.Ш., Ширяев А.Н. Теория мартингалов.- М.: Физматлит.- 1986.
- 3 Galthouk L.I., Pergamenshchikov S.M. Adaptive sequential estimation for ergodic diffusion processes in quadratic metric. Journal of Nonparametric Statistics, 2011, 23, 2, 255-285.
- 4 Konev V.V., Pergamenshchikov S.M. Efficient robust nonparametric estimation in a semimartingale regression model. Annales de l'Institut Henri Poincaré, Probabilités et Statistiques, 2012, 48, 4, 1217-1244.

Финансовая модель Кокса-Росса-Рубинштейна для опционов европейского типа

Пинясов О.О.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н.

Пергаменщиков С.М.

Томский государственный университет

E-mail: pinyasov_oleg@mail.ru

В работе рассматривается модель Кокса-Росса-Рубинштейна для опционов Европейского типа, то есть опционов, которые имеют фиксированную дату погашения [1].

На промежутке времени $[0, N]$ в моменты $0, 1, \dots, N$ рассматриваются активы двух типов: акции $S=(S_n, n=0, N)$ и облигации $B=(B_n, n=0, N)$, которые подчиняются рекуррентным соотношениям в моменты времени $n \geq 1$:

$B_n = (1+r)B_{n-1}$, $B_0 > 0$, где $r \geq 0$ – процентная ставка;

$S_n = (1+\rho_n)S_{n-1}$, $S_0 > 0$, где $\{\rho_n, n=0, N\}$ - бернуллиевы случайные величины, заданные на измеримом пространстве $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ [2].

Эта модель называется (B, S) -рынком.

Для опционов Европейского типа, подчиняющихся описанной модели, в работе построена хеджирующая стратегия.

В дальнейшем в работе рассмотренная модель будет исследована для опционов Американского типа.

Литература

1 Пергаменщиков С. М. Дискретные модели в теории финансов. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Учебное пособие – УОП ТГУ, 1995. - 23с.

2 Ширяев А. Н., Кабанов Ю.М., Крамков Д.О., Мельников А.В. К теории расчетов опционов европейского и американского типов. 1. Дискретное время –Теория вероятностей и ее применения, 1994, т. 39, вып. 1. - 23-79с.

**Prediction with guaranteed accuracy for Ornstein-Uhlenbeck
process**

Rozhkova A.V.

Advisor: professor, Dr. Vasiliev

Tomsk State University

E-mail: svetlana-rozh@mail.ru

The process $x(t)$ is supposed to be stable and the parameter $a \in [-\Delta; -\delta]$ with known Δ and δ :

$$dx(t) = a \cdot x(t)dt + dw(t) \quad (1)$$

The problem is to construct the predictions of the process $x(t)$ with the given mean square accuracy by discrete-time observations $y_n = x_{nh}$, $n = \overline{0, T/h}$; h is a discretisation step.

Using the solution of the process (1) we obtain the autoregressive-type equation for observations y_n : $y_n = \lambda y_{n-1} + \eta_n$, where $\lambda = e^{ah}$ and η_n are i.i.d. Gaussian noises with finite variance.

According to the condition on the minimal value of the variance equals to: $\sigma^2 = \frac{(1 - e^{-2\Delta(t-nh)})^2}{2\Delta}$, $nh \leq t < (n+1)h$.

If the parameter a is known, the optimal predictor $x^0(t)$ of $x(t)$ is defined: $x^0(t) = e^{a(t-nh)} y_n$, $nh \leq t < (n+1)h$.

For the definition of adaptive predictor (the case of unknown a) the parameter a should be replaced on some estimator. We use the truncated estimator $(a_n)_{n \geq 1}$, $a_0 = 0$, constructed in [1] by observations $(y_k)_{k=0, \overline{0, nh}}$,

and having the property: $M(a_n - a)^2 \leq \frac{C}{n}$, $n = \overline{1, T/h}$.

It is proved that adaptive predictor $\hat{x}(t) = e^{a_n(t-nh)} y_n$, $nh \leq t < (n+1)h$ is closed to the optimal one in the following non-asymptotic sense:

$$M(\hat{x}(t) - x^0(t))^2 \leq \frac{C}{t}, t = \overline{0, T}.$$

References

1 Vasiliev, V., A. A truncated estimation method with guaranteed accuracy // Annals of the Institute of Statistical Mathematics. 2013. Vol. 66, Iss. 1. P. 141-163

Сравнительная характеристика мощности непараметрических критериев

Седлецкая М.М.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Кривякова Э.Н.

Томский государственный университет

E-mail: sedletskaya_margo@mail.ru

Одной из самых важных задач математической статистики является проверка статистических гипотез. Гипотезы проверяются с помощью какого-то метода – критерия. В данной работе рассматриваются наиболее распространенные критерии согласия: хи-квадрат и Колмогорова.

Целью работы является сравнение мощности этих критериев на примере проверки гипотез при достаточно близких конкурирующих гипотезах [1]. Известно. [2], что распределение Стьюдента достаточно быстро сходится к нормальному. За нулевую гипотезу принимаем то, что выборка, генерируемая из распределения Стьюдента, принадлежит нормальному распределению, а за альтернативную гипотезу то, что не принадлежит. И, варьируя объем выборки и ошибку первого рода, определяем, какой критерий мощнее.

Литература

1 Ю. Лемешко, "Сравнительный анализ мощности критериев согласия при близких конкурирующих гипотезах" Сибирский журнал индустриальной математики, апрель-июнь, 2008, Том 11, № 2 (34).

2 Большев Л.Н., Смирнов Н.В. "Таблицы математической статистики" Наука, Москва, 1983.

Подходы к исследованию качества регрессионных моделей

Шайкина А.А.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Пчелинцев Е.А.

Томский государственный университет

E-mail: a.shaykina@mail.ru

В настоящее время для обработки и исследования данных все чаще используют математический аппарат, одним из них является регрессионный анализ. Он позволяет исследовать зависимость одной переменной от другой, а так же её влияние, с учетом некоторой погрешности. Преимущество регрессионных моделей для обработки данных состоит как в простоте их построения, так и в богатстве интерпретаций. Одним из ключевых является вопрос качества построенных моделей [1].

В данной работе проводится сравнительный анализ существующих подходов к оценке качества регрессионных моделей на примере исследования зависимости курсов американского доллара и евро через их относительные курсы к рублю. Рассматриваются две регрессионные модели, когда евро следует за долларом и наоборот доллар следует за евро. Идентификация моделей осуществляется на основе реальных данных за период с 1 марта 2014 до 1 марта 2015. Качество регрессионных моделей проверялось и сравнивалось с помощью следующих методов: проверка гипотезы о значимости параметров модели; проверка адекватности модели; анализ остатков и анализ эмпирического моста [1-3].

Литература

- 1 Айвазян С., Мхитарян В. Прикладная статистика и основы эконометрики.-М.: Юнити-дата, 2001. - 656 с.
- 2 Коновалов Ю. В. Статистическое моделирование с использованием регрессионного анализа: Электронное учебное издание. - М.: МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2013. - 72с.
- 3 Шаталин Е. В. Исследование регрессионных моделей зависимости курсов американского доллара и евро с помощью эмпирического моста; Институт математики им. С.Л.Соболева СО РАН. - Новосибирск, 2014. - 6 с.

Неравенство Дуба для максимума мартингала с дискретным временем

Тугушев Н.Р.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н.

Пергаменщиков С.М.

Томский государственный университет

E-mail: nailtugushev911@gmail.com

Широкий интерес к мартингалам связан с их применением в различных областях исследований, в том числе в статистике случайных процессов и в стохастической финансовой математике. Одним из первых математиков, показавших значимость мартингалов для развития случайных процессов, был Дж. Дуб.

Пусть $(\Omega, \mathcal{F}, \mathbb{P})$ – вероятностное пространство, $\mathcal{F}_1 \subseteq \mathcal{F}_2 \subseteq \dots \mathcal{F}_n \subseteq \mathcal{F}$ – неубывающее семейство σ - подалгебр \mathcal{F} . Последовательность $X = (x_n, \mathcal{F}_n)$, $n = 1, \dots, N$ называют мартингалом, если $M|x_n| < \infty$, $n = 1, \dots, N$ и $M(x_n | \mathcal{F}_m) = x_m$ (\mathbb{P} – п. н.), $n \geq m$. [1]

Пример. Пусть η_1, η_2, \dots – последовательность интегрируемых независимых случайных величин с $M\eta_i = 0$, $i = 1, 2, \dots$, $S_n = \eta_1 + \dots + \eta_n$, $\mathcal{F}_n = \sigma\{\omega: \eta_1, \dots, \eta_n\}$. Тогда $S = (S_n, \mathcal{F}_n)$ образует мартингал.

Теорема (неравенство Дуба для максимума). Пусть $X = (x_n, \mathcal{F}_n)$, $n = 1, \dots, N$ – неотрицательный субмартингал. Пусть $Mx_n^p < \infty$ ($1 < p < \infty$). Тогда $M[\max_{n \leq N} x_n]^p < \infty$ и $M[\max_{n \leq N} x_n]^p \leq (\frac{p}{p-1})^p Mx_n^p$. [2]

Мартингалы применяются также в генетике, теории потенциала, стохастических интегралах и т.д. Выдающимися монографиями в этой области являются труды Ж. Неве, П. Мейера, К Хейди и П. Холла. [3]

Литература

- 1 Липцер Р. Ш. Статистика случайных процессов / Р. Ш. Липцер, А. Н. Ширяев - М.: Наука, 1974. - 696 с.
- 2 Ширяев А. Н. Вероятность / А. Н. Ширяев – М.: Наука. 1989.- 575 с. - 1 т.
- 3 Секей Г. Парадоксы в теории вероятностей и математической статистике / Г. Секей - М: Мир. 1990.- 249с.

Об оценке спектральной плотности

Вежнина О.А.

Научный руководитель: ст. преп. каф. матем. анализа

Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: Lesya_Shemetova@mail.ru

Спектральная плотность, представляющая собой преобразование Фурье ковариационной функции стационарного случайного процесса, определяет свойства процесса и позволяет анализировать его структуру [1]. В связи с этим разработка методов построения и статистического анализа оценок спектральных плотностей является одной из главных проблем в спектральном анализе случайных процессов.

В работе [2] рассматривалась задача оценивания спектральной плотности стационарного случайного процесса, задаваемого уравнением

$$dX_t = \theta X_t dt + \sigma dW_t,$$

где θ – неизвестный параметр, W_t – винеровский процесс. Использовался последовательный план оценивания $(\tau(H), \hat{\theta}_\tau)$, где $\tau(H) = \inf\left(t: \int_0^t X_s^2 ds \geq H\right)$, $\hat{\theta}_\tau = \frac{1}{H} \int_0^{\tau(H)} X_s dX_s$ [3].

Для получения состоятельных оценок спектральных плотностей, как правило, используется метод сглаживания периодограмм [1] спектральными окнами $W_N(\cdot)$, $N \in \mathbb{N}$, т. е. используются оценки вида $\hat{g}_N^W(\lambda) = \int_{-\pi}^{\pi} W_N(\lambda - \nu) \hat{g}_N(\nu) d\nu$.

С помощью имитационного моделирования проводится сравнение последовательной оценки с оценкой, полученной путем сглаживания периодограммы с помощью окон Бартлетта $W_N(\lambda) =$

$a_n B(a_n \lambda)$, где $B(\lambda) = \frac{1}{2\pi} \left| \frac{\sin \frac{\lambda}{2}}{\frac{\lambda}{2}} \right|^2$, $B(0) = \frac{1}{2\pi}$, а последовательность

$a_n \nearrow \infty, \frac{a_n}{N} \rightarrow 0 (N \rightarrow \infty)$.

Литература

1 Булинский А. В. Теория случайных процессов / А. В. Булинский, А. Н. Ширяев. – М.: Физматлит, 2003. – 399 с.

2 Научная конференция студентов механико-математического факультета ТГУ: Сборник конференции (Томск, 24 – 30 апреля 2014 г.) – Томск: Томский государственный университет, 2014 г. – 89 с.

3 Липцер Р. Ш. Статистика случайных процессов / Р. Ш. Липцер, А. Н. Ширяев. – М.: Наука, 1974. – 696 с.

Статистические модели языка

Завьялова А.В.

Научный руководитель: ст. преп. каф. матем. анализа

Емельянова Т.В.

Томский государственный университет

E-mail: alisa.zavjalova@rambler.ru

Речь — исторически сложившаяся форма общения людей. Известно, так же, что речь представляет собой психолингвистический процесс. На формирование письменной речи влияют самые различные обстоятельства: знания грамматики и литературы, профессия, местные диалекты, заболевания центральной нервной системы. И это значит, что частота употребления тех или иных слов может многое рассказать о человеке. Однако, слова состоят из букв, и следовательно, частота употребления тех или иных букв так же может об этом свидетельствовать.

Работа описывает результаты исследования частот употребления букв русского языка в научных статьях различных типов текста, в частности, математического и философского, а так же анализ индивидуальных частот употребления букв среди студентов различных факультетов. Для исследования выборочно взяты тексты, для которых были рассчитаны частоты употребления каждой буквы, которые в дальнейшем сравнивались между собой, с применением критерия Стьюдента. Показано, что особенности в употреблении частот букв русского языка среди текстов различной тематики действительно имеют место быть. Для решения задачи был использован пакет программ "R:анализ и визуализация данных", который значительно упростил решение данной задачи.

Литература

- 1 Дэйвид Г. Порядковые статистики. - М.:Наука,1979.-170с.
- 2 Андерсон Т. Статистический анализ временных рядов. - М.: Мир, 1976.- 757с., ил.
- 3 Мастицкий С.Э., Шитиков В.К. Статистический анализ и визуализация данных с помощью R [Электронный ресурс]:2014.-URL: <https://github.com/ranalytics/r-tutorials> (дата обращения: 01.04.2015).

Раздельная непрерывность и почти непрерывные функции на плоскости

Давыдов А.С.

Научный руководитель: к.ф.-м.н. Хмылева Т.Е.

Томский государственный университет

E-mail: afoniashka@gmail.com

В данной курсовой работе рассмотрены примеры раздельно непрерывных, почти непрерывных функций и функции на произведении. Также функции Римана и Дирихле.

Пусть f - некоторое отображение $E \times F$ в G и (a, b) - точка $E \times F$. Зафиксировав $x = a$, мы получим отображение F в $G: y \rightarrow f(a, b)$, определяемое с помощью f и a . Может случиться, что это отображение непрерывно в точке $y = b$. В этом случае говорят, что отображение f раздельно непрерывно по y в точке b для фиксированного $x = a$. Отображение называется раздельно непрерывным на $E \times F$, если оно раздельно непрерывное в каждой точке (a, b) произведения $E \times F$.

Отображение $f: X \rightarrow Y$ называется почти непрерывным в точке $x_0 \in X$, если для каждого открытого $V \ni f(x_0)$ множество $\overline{f^{-1}(V)}$ содержит окрестность точки x_0 . Мы говорим, что f почти непрерывно, если оно почти непрерывно в каждой точке $x \in X$.

Непрерывная функция является, очевидно, раздельно непрерывной, однако обратное, вообще говоря, не верно. Стоит заметить, что и из непрерывности следует раздельная непрерывность, а из почти непрерывности не следует почти раздельная непрерывность.

Литература

1 Zbigniew Piotrowski Some remarks on almost continuous functions. [Электронный ресурс]: Czech Digital Mathematics Library, 1989. - URL: <http://dml.cz/dmlcz/136483>. (Дата обращения: 18.04.2015).

2 Шварц Л. Анализ Т. 1 - М.: Мир, 1972. - 67с.

Резольвенты отрезков ординалов

Хамидуллина И.Р.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Гензе Л.В.

Томский государственный университет

E-mail: Ilmira175@yandex.ru

Определение. Пусть X – топологическое пространство, $\{Y_x\}_{x \in X}$ – семейство топологических пространств и $h_x: X \setminus \{x\} \rightarrow Y_x$ – семейство непрерывных отображений для каждого $x \in X$. Резольвентой пространства X (в каждой точке x в пространство Y_x посредством отображения h_x) называется множество $R(X, Y_x, h_x) = \bigcup \{\{x\} \times Y_x : x \in X\}$, снабженное топологией, порожденной базой, состоящей из всех множеств вида

$$U \otimes_x V = (\{x\} \times V) \cup (\bigcup \{\{x'\} \times Y_{x'} \mid x' \in U \cap h_x^{-1}(V)\}),$$

где $x \in X$, U – окрестность точки x в пространстве X и V – открытое подмножество в Y_x .

Теорема 1. Если $x \in X$ – изолированная точка пространства X , то топология пространства $R(X, Y_x, h_x)$ в точках вида (x, y) , где $y \in Y_x$ не зависит от отображения h_x .

Теорема 2. Пусть $X = [0, \omega]$ и $Y_x = \{0, 1, \dots, n\}$ для каждого $x \in X$. $R(X, Y_x, h_x) \sim [0, \omega \cdot k]$ тогда и только тогда, когда

$$|\{j \in \{0, 1, \dots, n\} : |h_\omega^{-1}(j)| = \aleph_0\}| = k.$$

Теорема 3. Пусть $\alpha < \omega^2$, $X = [0, \alpha]$ и $Y_x = \{0, 1, \dots, n\}$ для каждого $x \in X$. Для каждого ординала $\omega \cdot p \leq \alpha$ рассмотрим число

$$k_p = |\{j \in \{0, 1, \dots, n\} : |h_{\omega \cdot n}^{-1}(j)| = \aleph_0\}|.$$

Тогда $R(X, Y_x, h_x) \sim [0, \omega \cdot k]$, где $k = k_1 + \dots + k_n$ (где n – это наибольшее число со свойством $\omega \cdot n \leq \alpha$).

Теорема 4. Пусть $X = [0, \omega^2]$ и $Y_x = \{0, 1, \dots, n\}$ для всех $x \in X$. Для каждого $j \in \{0, 1, \dots, n\}$ рассмотрим множество $A_j = \{\omega \cdot n \mid h_{\omega^2}(\omega \cdot n) = j\}$. $R(X, Y_x, h_x) \sim [0, \omega^2 \cdot k]$ тогда и только тогда, когда $|\{j \in \{0, 1, \dots, n\} : |A_j| = \aleph_0\}| = k$.

Литература

1 Федорчук В.В. Вполне замкнутые отображения и их приложения // Фундамент. и прикл. матем., 2003, т. 9, вып. 4, стр. 105–235.

Описание топологии свободных абелевых n -периодических топологических групп

Игнаев Э. Л.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Гензе Л. В.

Томский государственный университет

E-mail: ignaev.erdeni@gmail.com

Пусть X – метризуемый компакт. Свободной абелевой n -периодической группой, порожденной X , будем называть прямую сумму семейства групп $\{\mathbb{Z}_n^x\}_{x \in X}$, где \mathbb{Z}_n^x изоморфна \mathbb{Z}_n (аддитивной группе классов вычетов по модулю n) для каждого $x \in X$. Элементами этой группы являются слова – формальные выражения вида $\alpha_1 x_1 + \dots + \alpha_k x_k$, $x_i \in X$, $\alpha_i \in \mathbb{Z}_n \setminus \{0\}$.

Определение ([1]): Группа $A^{[n]}(X)$ называется свободной абелевой n -периодической топологической группой, порожденной множеством X , если она обладает следующими свойствами:

X гомеоморфно вкладывается в $A^{[n]}(X)$;

Алгебраически $A^{[n]}(X)$ является свободной абелевой n -периодической группой, порожденной X ;

Любое непрерывное отображение $f: X \rightarrow G$, где G – абелева n -периодическая топологическая группа, можно продолжить до непрерывного гомоморфизма $\tilde{f}: A^{[n]}(X) \rightarrow G$.

Обозначим через s^+ множество всех последовательностей положительных вещественных чисел. Пусть $\varepsilon = \{\varepsilon_j\}_{j=1}^\infty \in s^+$.

Положим

$$U_k(\varepsilon) =$$

$$\{\bar{x} = \xi_1 + \xi_2 + \dots + \xi_n \mid \xi_i \in X, i = \overline{1, n}; d(\xi_l, \xi_m) < \varepsilon_k; l, m = \overline{1, n}\}$$

$$U(\varepsilon) = \bigcup_{k=1}^\infty (U_1(\varepsilon) + \dots + U_k(\varepsilon))$$

Теорема. Семейство $\mathfrak{S} = \{U(\varepsilon) \mid \varepsilon \in s^+\}$ является базой нуля некоторой групповой топологии на $A^{[n]}(X)$.

Литература

1 Гензе Л. В. Свободные n -периодические топологические группы // Вестн Том. гос. ун-та. Математика и механика. – 2010. – Вып. 3(11) – С. 23-28.

О банаховых пространствах, не изоморфных своим декартовым квадратам

Кадыржанова Л.М.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Гензе Л. В.

Томский государственный университет

E-mail: Leila.94@bk.ru

Первые примеры банаховых пространств, не изоморфных своим декартовым квадратам, были приведены Ч. Бессагой, А. Пелчинским и З. Семадени. Пример рефлексивного пространства с таким свойством был построен Т. Фигелем. Как показал С. Шарек, существует вещественное банахово пространство, не изоморфное декартовому квадрату никакого банахова пространства. К. Э. Каибханов в [1] построил рефлексивные банаховы пространства X и Y , не изоморфные своим декартовым квадратам, но обладающие тем свойством, что $X \times Y$ изоморфно своему декартовому квадрату.

Для банахова пространства X определим функцию

$$\varphi(X, p, n) = \inf\{d(Y, l_p^n) \mid Y \subset X, \dim Y = n\},$$

где $d(X, Y)$ – расстояние Банаха-Мазура между X и Y .

Выберем последовательности чисел $\{p_i\}_{i=1}^{\infty}$, $\{q_i\}_{i=1}^{\infty}$ и $\{n_i\}_{i=1}^{\infty}$ так, чтобы выполнялись следующие условия:

1) $p_1 > p_2 > p_3 > \dots; p_i \rightarrow 2;$

2) $1/p_i + 1/q_i = 1;$

3) $n_{i+1} \geq \sum_{j=1}^i n_j;$

4) $(3n_i)^{\frac{1}{2} \frac{1}{p_{i+1}}} \leq 2;$

5) $\varphi(l_{p_i}^{3n_i}, 2, n_i) > i.$

Рассмотрим пространство $X = \left(\left(\prod_{i=1}^{\infty} l_{p_i}^{n_i} \right)_2 \times \left(\prod_{i=1}^{\infty} l_{q_i} \right)_2 \right)_2.$

Пространство X обладает следующими свойствами:

а) $X \times X^*$ изоморфно своему декартовому квадрату;

б) X не содержит никакого подпространства, изоморфного своему декартову квадрату.

Литература

1 К. Э. Каибханов. О пространствах Банаха, не изоморфных своим декартовым квадратам // Математические заметки, 1995. т. 57, вып. 4. С. 534-541.

Исследование раздельно непрерывных и квазинепрерывных функций

Клековкин В.Г.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Хмылева Т.Е.

Томский государственный университет

E-mail: klekovkin.vladislav@gmail.com

В данной работе рассматривается взаимосвязь непрерывных, раздельно непрерывных и квазинепрерывных функций.

Определение 1. Пусть $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$. Для фиксированного значения x , мы определяем x -раздел функции f как функцию $f_x(y) = f(x, y)$. Аналогично мы можем определить y -раздел функции f . Мы будем говорить, что функция $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ раздельно непрерывна, если каждый x -раздел и каждый y -раздел являются непрерывными функциями.

Определение 2. Будем говорить, что $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ является квазинепрерывной в точке (x, y) , если для каждого $\varepsilon > 0$ и любых непустых открытых множеств U и V таких, что $x \in U$ и $y \in V$, существуют открытые множества U_0 , входящее в U , и V_0 , входящее в V , что

$$f(U_0 \times V_0) \subseteq (f(x, y) - \varepsilon, f(x, y) + \varepsilon).$$

Будем говорить, что f квазинепрерывна, если она квазинепрерывна к каждой точке.

Лемма 3. Если функция $f: \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ раздельно непрерывная, то она квазинепрерывная.

Литература

1 Robert W. Vallin The Pointwise limit of separately continuous function/ Real Analysis Exchange - 2008/2009, стр 139-146.

Топология Вьеториса

Мальшева В. Л.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Гензе Л. В.

Томский государственный университет

E-mail: malysheva_viktoria@mail.ru

Для любого топологического пространства X через 2^X обозначим семейство всех его непустых замкнутых подмножеств:

$$2^X = \{E \subset X \mid E \text{ — непустое замкнутое подмножество в } X\}.$$

Определим топологию на 2^X следующим образом:

Для каждого конечного набора U_1, \dots, U_k открытых подмножеств пространства X положим

$$\mathcal{V}(U_1, \dots, U_k) = \{B \in 2^X \mid B \subset U_1 \cup \dots \cup U_k \text{ и } B \cap U_i \neq \emptyset, i = 1, \dots, k\}$$

Семейство всех множеств вида $\mathcal{V}(U_1, \dots, U_k)$ образуют базу некоторой топологии на 2^X . Эта топология называется топологией Вьеториса, а множество 2^X с этой топологией называется экспоненциальным пространством пространства X .

Теорема 1. Если X — T_1 -пространство, то X гомеоморфно замкнутому подпространству в 2^X .

Теорема 2. 2^X всегда является T_0 -пространством.

Теорема 3. Если X — T_1 -пространство, то и 2^X — T_1 -пространство.

Теорема 4: Для T_1 -пространства X пространство 2^X является хаусдорфовым тогда и только тогда, когда X регулярно.

Теорема 5: Для любого T_1 -пространства X следующие утверждения эквивалентны:

- (a) пространство X нормально;
- (b) пространство 2^X вполне регулярно;
- (c) пространство 2^X регулярно.

Теорема 6. Если X — компактное пространство, то пространство 2^X тоже компактно. Если X есть T_1 -пространство и пространство 2^X компактно, то и пространство X тоже компактно.

Теорема 7. Для любого бесконечного T_1 -пространства X выполняется равенство $d(X) = d(2^X)$.

Литература

1 Р. Энгелькинг. Общая топология: Пер. с англ.-М.: Мир, 1986.-752 с.

2 Michael E. Topologies on spaces of subsets.-Trans. Amer. Math. Soc. 71, 1951, - P. 152-182.

Об универсальных топологических пространствах

Реброва М.О.

Научный руководитель: профессор, д.ф.-м.н. Гулько С.П.

Томский государственный университет

E-mail: rijayababa@gmail.com

Рассматриваются X - произвольное топологическое метризуемое пространство и $(J(\tau))^{k_0}$ - счетное произведение метризуемых каждой колючести τ , где τ - бесконечный кардинал. Для этих топологических пространств формулируется следующее утверждение: если X метризуемое пространство, то его можно поместить в $(J(\tau))^{k_0}$, причем гомеоморфно. Таким образом утверждается, что $(J(\tau))^{k_0}$ является топологически универсальным пространством. При доказательстве данного утверждения используется теорема Бинга-Нагаты-Смирнова, дающая условия для построения гомеоморфизма.

Литература

- 1 Келли Дж. Общая топология/ Дж. Келли. – М.: Наука, 1968.- 387 с.
- 2 Энгелькинг Р. Общая топология: пер. с англ. М.Я. Антоновского и А.В. Архангельского / Р. Энгелькинг. – М. : Мир, 1986. – 752 с.

Гомеоморфность подмножеств "двойной стрелки"

Сухачева Е.С.

Научный руководитель: доцент, к.ф.-м.н. Хмылева Т.Е.

Томский государственный университет

E-mail: sirius9113@mail.ru

Основные определения данной работы можно найти в [1]. Символом D обозначается пространство "двойная стрелка", а S - прямая Зоргенфрея.

Очевидно, что пространство S гомеоморфно $C_0 \subset D$ и $C_1 \subset D$. Возникает следующий вопрос: какие еще множества $M \subset D$ гомеоморфны S ? Заметим, что множество

$M = \{(x, 0) \in D : x \in S \setminus A\} \cup \{(y, 1) \in D : y \in A\}$ гомеоморфно S_A , где S_A - это модификация прямой Зоргенфрея, база окрестностей которой в точке $x \in S$ задается следующим образом:

если $x \in S \setminus A$, то $\{(a, x) : a \in \mathbb{R}, a < x\}$;

если $x \in A$, то $\{[x, b) : b \in \mathbb{R}, x < b\}$.

Частичное решение этого вопроса было дано в [2].

Аналогичный вопрос можно рассмотреть и для пространства D . В нашей работе доказывается следующая

Теорема. Пусть $M \subset D$ несчетное множество. Пространство D гомеоморфно M тогда и только тогда, когда M замкнуто и без изолированных точек.

Литература

1 Энгелькинг Р. Общая топология. М.: Мир, 1986, 752 с.

2 Сухачева Е.С., Хмылева Т.Е. О некоторых линейно упорядоченных топологических пространствах, гомеоморфных прямой Зоргенфрея // Вестн. Том. гос. ун-та. Математика и механика. 2014. № 5(31). С. 63–68.

Резольвенты счетных компактов

Буклиш Н.О.

Научный руководитель: к.ф.-м.н., доцент Гензе Л.В.

Томский государственный университет

E-mail: nikitabuklish@gmail.com

Определение: Пусть даны: топологическое пространство X , топологические пространства Y_x и непрерывные отображения $h_x: X\{x\} \rightarrow Y_x$ для каждой точки $x \in X$. Резольвентой (пространства) X (в каждой точке x в пространство Y_x посредством отображения h_x) называется множество $R(X, Y_x, h_x) = \cup \{\{x\} \times Y_x: x \in X\}$, снабженное топологией, базу которой образуют всевозможные множества вида

$$U \otimes_x V = (\{x\} \times V) \cup (\cup \{\{x'\} \times Y_{x'}: x' \in U \cap h_x^{-1}(V)\}),$$

где U – окрестность точки x в пространстве X , а V – открыто в Y_x .

Теорема 1. Если $x \in X$ – изолированная точка пространства X , то топология пространства $R(X, Y_x, h_x)$ в точках вида (x, y) не зависит от отображения h_x .

Теорема 2. Пусть $X = [0, \omega]$, $Y_x = X, \forall x \in X$
Если $h_\omega = const$ или $h_\omega(x) = x, \forall x \in X \setminus \{\omega\}$,
то $R(X, Y_x, h_x) \sim [0, \omega^2]$.

Теорема 3. Пусть $X = [0, \omega]$, $Y_x = X, \forall x \in X$
Пусть $X_\alpha = \{x \in X: h_\omega(x) = \alpha\}$. Тогда $R(X, Y_x, h_x) \sim [0, \omega^2 \times k]$, где $k = |\{\alpha \in Y_\omega: X_\alpha \text{ – бесконечно}\}|$.

Литература

1 Федорчук В.В. Вполне замкнутые отображения и их приложения // Фундамент. и прикл. матем., 2003, т. 9, вып. 4, с. 105–235.